



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>

Math. 744

UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK GENT



900000070345





62



EVCLIDIS ELEMENTORVM

S E X

PRIORES LIBRI

Recogniti

O P E R A

CHRISTIANI MELDER.

Matheſeos Prof.



LUGD. BATAV. & AMST.

Apud DANIELEM, ABRAHAMUM &
ADRIANUM à GAESBEECK.

clō lōc LXXIII.

PRÆFATIO

A D

LECTOREM.

Inter plurimos qui sex
priora Euclidis Ele-
menta commentariis
illustrarunt non minimam
laudem meretur Georgius
Fournier. Qui prolixas
obscurasque demonstratio-
nes evitando, claras ac
succinctas substituit, Le-

*

3

cto-

PRÆFATIO.

etorum attentionem sine imaginationis confusione ut sibi conciliaret.

Præter figurarum intricatam exiguitatem primum nil displicuit ; quas proinde simpliciter mutare decreveram : Sed in ipso operis processu non tantum multa ex Clavio, Tacqueto , Barrow aliisque adjeci , verum per plurimas demonstrationes ita immutavi , præsertim in posterioribus libris , ut
nullo

PRÆFATIO.

nullo modo nomen meum
reticere potuerim ; quod
in hunc finem moneo, ne
quis me injuriam D° Four-
nier fecisse putet. Aliorum
labores pro meis vendi-
tare nec studeo nec fo-
leo. Agnosco pleraque
ipsius esse. Correctiora
vel ante annum prodiiis-
sent, nisi execrabilis bello-
rum turba, variaque hinc
nata impedimenta inter-
cessissent. Cæterum ap-
plausum si obtinuerint
* 4 quæ

PRÆFATIO.

quæ apposui ad meliora
ac magis grata instigabor.
Vale.

EU-

EVCLIDIS ELEMENTUM PRIMUM.

DEFINITIONES.

1. *Punctum est , cujus
pars nulla.*

Gracè legitur *σημείον* , signum hoc est à quo incipit designatio quantitatis finitæ. Idem intellige de linea ac superficie , non quod ex fluxu puncti aut lineæ originem traxerint,

A 2. *Li-*

2. *Linea vero longitudo non lata.*

Linea talis nulla ducitur à parte rei; sed sicut punctum, ita & linea signum seu initium est quantitatis latæ.

3. *Lineæ autem termini sunt puncta.*

Id est longitudinis determinatæ principium & finis est punctum: per infinitam autem lineam Euclides intelligit lineam cujusvis magnitudinis, seu indeterminatam.

4. *Recta linea est, quæ ex æquo sua interjacet puncta.*

Sive cujus extrema obumbrant omnia media, ut dixit Plato: vel minima earum quæ terminos habent

bent eisdem , ut vult Archimedes.

5. *Superficies vero est quæ longitudinem latitudinemque tantum habet.*

6. *Superficieî autem extrema sunt lineæ.*

Hæc definitio intelligenda est tantum de superficie plana vel mixta , non autem de circulari ; quando enim habet extremum , lineam tantum habet , non lineas.

7. *Plana superficies , est quæ ex æquo suas interjacet rectas.*

Quæ dixi de linea recta , eadem de plana superficie sunt intelligenda.

8. *Planus autem angulus est duarum linearum in plano se mutuo tangentium, & non in directum jacentium, alterius ad alteram inclinatio.*

Hic causæ anguli explicantur: Materialis, sunt duæ lineæ quæ se mutuo tangunt. Formalis est alterius in alteram inclinatio. Unde sequitur primò, quòd illæ duæ lineæ non ita se debent tangere, ut jaceant in directum, id est, ut unicam rectam constituent lineam; sed altera debet in alteram inclinari.

Sequitur 2. quod anguli quantitas consistit in majori vel minori linearum inclinatione, non in longitudine linearum.

Sequitur 3. non esse necesse, ut duæ lineæ post contactum productæ se mutuò secent, ut vult

Pe1-

LIBER PRIMUS. 3

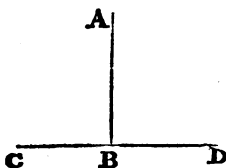
Pelletarius : id enim tantum est verum in angulis rectilineis : sed sufficere, ut se tangant & inclinentur.

Denique si angulus ille fit in superficie plana, dicetur planus. In omni vero figura, licet quemlibet angulum tribus litteris appellemus, ille tamen semper intelligitur, cui medius character appingitur.

9. *Cum autem continentes angulum lineæ rectæ fuerint, rectilineus appellatur angulus.*

Si utraque curva, curvilineus: si curva altera, altera recta; mixtus.

A 3 10. *Cum*



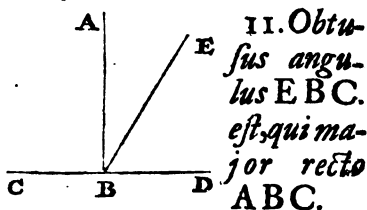
IO. Cum
verò re-
cta AB.
super re-
ctam CD.

stans, eos qui sunt deinceps
ABC. ABD. angulos, æ-
quales inter se facit, rectus
est uterque æqualium angu-
lorum, & insistens recta AB.
perpendicularis vocatur ejus
cui insistit CD.

Tunc angulus uterque dicitur
æqualis, quando recta AB. non
magis in C. quam in D. inclinatur.

Quod autem Græci dicunt *καθίσταται* Latinè redditur perpendicu-
laris; frequentius tamen utun-
tur Mathematici verbo Græco
quam Latino, maximè in Optica:
unde apud eos nihil usitatus
quàm *καθίσταται*, imò Latine red-
dunt Cathetum.

II. Ob-



Nempe quia recta EB. magis recedit à subjecta GD. quàm perpendicularis AB.

12. *Acutus vero EBD. qui minor recto ABD.*

13. *Terminus est quod alicujus est extremum.*

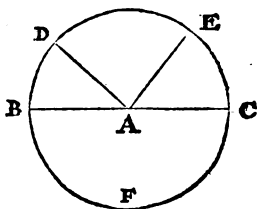
Talia sunt, punctum, linea superficies: nempe punctum lineæ, linea superficiei, & superficies corporis.

14. *Figura est quæ sub aliquo , vel sub aliquibus terminis comprehenditur.*

Dixit sub aliquo , nempe quia circulum & ellipsim , unicus terminus , hoc est linea circularis , comprehendit : ad rectilineas verò figuras , plures semper termini requiruntur.

Porro notabis debere terminos , quantitatem , quæ figura dicitur , ambire & comprehendere , non vero tantum terminare. Unde sequitur 1. Quod lineæ nulla proprie est figura , cum puncta lineam , non ambiant , sed solum terminent. Sequitur 2. quod superficiei infinitæ vel corporis infiniti ; si quod dari posset , figura nulla sit , 1. quia omnis figura debet ambire , & comprehendere figuratum. 2. quia terminis ambitur , terminus autem est extremum rei : Quomodo vero

vero id quod habet finem & extrema, erit infinitum?



15. *Circulus est figura plana sub una linea A. B. C. comprehensa, quæ vocatur peripheria: ad quam ab uno puncto, eorum quæ intra figuram sunt posita, omnes cadentes rectæ DA. DB. DC. æquales inter se sunt.*

16. *Centrum vero circuli punctum illud appellatur.*

Theodosius Sphæricorum lib. 1. deff. 1. & 2. idem habet, definitione vero 5. sic polum describit.

Polus.

Polus circuli in Sphæra, est punctum in superficie Sphæra, à quo omnes rectæ ad circuli peripheriam tendentes, sunt inter se æquales. Ex quibus colliges inter centrum, & polum hoc tantum esse discriminis, quod centrum concipiatur intra figuram positum: Polus vero in superficie Sphæra.

17. Diameter autem circuli est recta quædam A B. per centrum D. ducta, & terminata ex utraque parte, à circuli peripheria A. & B. quæ & bifariam secat circulum.

Hic tria observabis 1. omnes Diametros ejusdem circuli esse æquales inter se, cum earum medietates ex def. 15. sint æquales. 2. Quod sequitur ex 1. est quod licet in circulo possint infinitæ duci

duci rectæ non transeuntes per centrum, solæ tamen rectæ per centrum ductæ, & in peripheria terminatæ dicuntur diametri, quia cum solæ sint omnes æquales inter se, determinatæque longitudinis, aliæ vero inæquales semper & incertæ: diameter sola potest metiri circulum. Mensura enim cuiusque rei, ait Ptolomeus, in Analemmate, debet esse statâ determinatæque, non indefinita. Unde non est quod mirentur tyrones si in fœminino genere ponatur à Mathematicis. Idem enim est Diameter quod linea dimetiens, vel in duo æqualia dividens.

3. Est, Diametrum bifariam secare circulum, quod ita demonstrat Thales apud Proclum. Concipe animo portionem semicirculi sic coaptari portioni reliquæ ut diameter sit utriusque basis. Si circumferentia una congruat penitus

nitus circumferentiæ alteri, manifestum est illas duas portiones à diametro factas, esse inter se æquales, cùm neutra aliam excedat. Si verò circumferentia una non congruat cum altera, sed vel extra eam cadat, vel intra, vel partim intra, partim extra: tunc rectæ ductæ à centro ad circumferentiam erunt æquales & non erunt.

18. *Semicirculus autem est figura quæ continetur sub diametro A B. & sub ea linea A D B. quæ aufertur de circuli peripheria.*

19. *Segmentum circuli est figura quæ continetur sub recta & circuli peripheria.*

Per rectam hic intellige omnem non diametrum, nisi item velis semicirculum dicere segmentum.

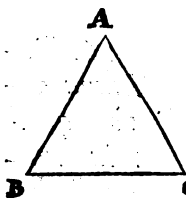
20. *Recti*

20. *Rectilineæ figuræ sunt quæ sub rectis continentur.*

21. *Trilateræ quidem quæ sub tribus.*

22. *Quadrilateræ verò quæ sub quatuor.*

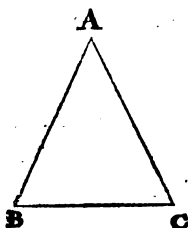
23. *Multilateræ autem quæ sub pluribus quam quatuor rectis comprehenduntur.*



24. *Trilaterum porro figurarum, æquilaterum triangulum est quod tria latera habet æqualia.*

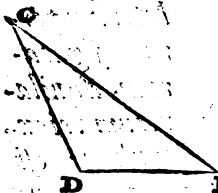
B

25. *Iso-*



25. *Isoſceles autem, quod duotantum habet æqualia AB. AC.*

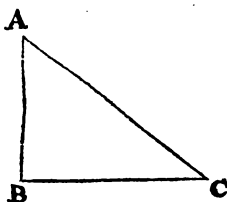
Σκέλε, τὸ, crus Græcis est, undè compositum ἰσοσκελὴς qui æqualibus est cruribus: τετραγών, ἰσοσκελές; quod è tribus lineis duas æquales habet, quibus quasi cruribus infistit.



26. *Scalenum verò quod tria inæqualia habet latera.*

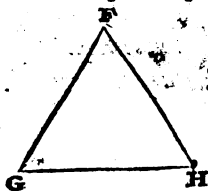
Triangulorum hæ sunt species ex laterum ratione petitiæ. Sequuntur aliæ ex angulorum differentiis emergentes.

27. *Ad*



27. *Ad hæc etiam trilaterrarum figurarum, rectangulum quidem triangulum est quod habet rectum angulum ABC.*

28. *Amblygonium est quod habet obtusum angulum, hoc est, majorem recto.*



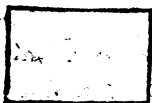
29. *Oxygonium vero quod tres acutos habet angulos, hæc est, minores recto.*

Not. In omni triangulo cujus duo quæcunque latera expresse

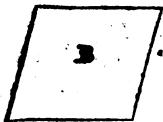
nominantur, solet reliquum latus à Mathematicis, basis dici, sive illud in situ locum infimum occupet, sive supremum.



30. *Quadrilaterum autem figurarum quadratum quidem est quod æquilaterum est & rectangulum.*

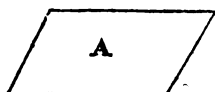


31. *Altera parte longior figura est. quæ rectangula quidem, at æquilatera non est.*

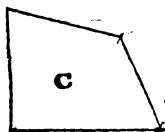


32. *Rhombus autem, quæ æquilatera quidem, sed rectangula non est.*

33. *Rhom-*



33. Rhomboides vero quæ ad-versa, & latera, & angulos æqualia inter se habens, neque æquilatera est, neque rectangula.



34. Præter has autem reliquæ quadri-lateræ, Trapezia appellen-tur.

35. Parallele sunt rectæ, quæ in eodem plano existen-tes, & productæ in infinitum ex utraque parte, in neu-tram mutuo incidunt.

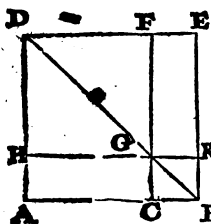
Ad hoc ut duæ rectæ dicantur parallelæ, non sufficit ut produ-ctæ in infinitum non concurrant.

B 3

Sic

Sic enim duæ rectæ in transver-
sum positæ re aliqua interposita, &
non se tangentes, dicerentur pa-
rallæ, quia nunquam concurre-
rent. Sed requiritur præterea, ut
sint in eodem plano.

36. *Parallelogrammum
est figura quadrilatera, cu-
jus bina opposita latera
sunt parallæ seu equidi-
stantia.*



37. *Cum
vero in
parallelo-
grammo
diameter
BD. ducta
fuerit, dua-
que rectæ CF. HK. lateribus
parallæ secantes diame-
trum in uno eodemque puncto
G. ita ut parallelogrammum
distribui-*

distributum sit in quatuor parallelogramma; per quæ diameter non transit scil. AG. GE. appellantur complementa eorum quæ circa diametrum consistunt ut HF. GE.

POSTULATA.

1. *Postuletur à quovis puncto A. ad quodvis punctum B. rectam lineam AB. ducere.*

2. *Et terminatam rectam AB. in continuum recta producere in C.*

3. *Et quovis centro, & intervallo circulum describere.*

Communes notiones seu
Axiomata.

1. *Quæ eidem æqualia ,
& inter se sunt æqualia.*

2. *Et si æqualibus æqua-
lia adjecta sint , tota sunt æ-
qualia.*

3. *Et si ab æqualibus
æqualia ablata sint , quæ re-
linquuntur sunt æqualia.*

4. *Et si inæqualibus æ-
qualia adjecta sint , tota sunt
inæqualia.*

5. *Et si ab inæqualibus
æqualia ablata sint , reliqua
sunt inæqualia.*

6. *Et quæ ejusdem dupli-
cia , inter se sunt æqualia.*

7. *Et*

7. *Et quæ ejusdem dimidia, inter se sunt æqualia.*

8. *Quæ congruunt sibi mutuo, inter se æqualia sunt.*

Id est, quæ collata, ita componuntur, ut pars parti respondeat, & terminus termino, æqualia sunt. Lineæ autem rectæ & æquales congruunt, uti & anguli.

9. *Et totum parte majus est.*

10. *Et omnes anguli recti æquales inter se sunt.*

11. *Si in duas rectas recta incidens interiores, & ad easdem partes angulos duobus rectis minores faciat; productæ duæ illæ rectæ in infinitum, coincident inter se*

*se ad eas partes, in quibus
sunt anguli duobus rectis mi-
nores.*

Scio principium hoc obscurum quibusdam, & à Gemino & Proclo rejectum à numero principiorum: verum non debet res aliqua à notionibus communibus rejici, quod unus aut alter ei assensum neget: oporteret enim & nonum expungere. Jam enim sunt aliqui Philosophi adeo subtiles ut negent totum sua parte majus. His & illis sufficiat dicere Euclidem cæterosque omnes, hæc omnia ex sola terminorum notione, evidentia censuisse, & existimasse sensu communi carere, qui ea negaret. Ne scrupulus remaneat, illud demonstrat Clavius prop. 28. l. 1.

12. *Due rectæ spatium non comprehendunt.*

Id est ex omni parte concludunt.

13. *Omne totum est æquale omnibus partibus simul sumptis.*

Plura talia axiomata excogitari possunt & ab aliis proposita sunt; sed hæc sufficere nullus dubito.

NOTA.

Quicquid proponitur vocatur propositio, estque vel problema vel Theorema.

Problema est propositio ubi aliquid proponitur efficiendum & conclusio semper talis est, quod erat faciendum.

Theo-

24 EUCL. LIBER PRIMUS.

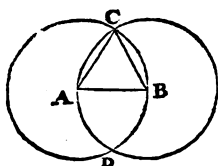
Theorema est propositio cum proponitur proprietas vel veritas de aliqua re demonstranda, & conclusionis formula. Quod erat demonstrandum.

Quicquid autem tanquam confectarium aut lucrum ex demonstratione sequitur Corollarium appellatur. •

Lemma insuper vocatur demonstratio præmissæ alicujus, ut quæsi demonstratio evadat brevior ac clarior.

PRO-

PROPOSITIO I.



*Super data Proble-
recta termi-^{ma 1.}
nata A B.
triangulum æ-
quilaterum A
B C. consti-
tuere.*

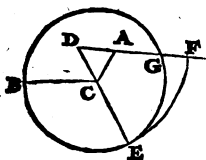
Praxis. Ex centris A & B. spa-
tio A B. describe ^{a 3.} duos cir-
culos, & ex puncto sectionis C. ^{Post.}
duc ^{b 1.} rectas C A. C B. Dico ^{Post.}
triangulum A B C. esse æquila-
terum.

Probatur. Recta A C. æqualis
est ^{c 15.} rectæ A B. & B C. ^c eidem: ^{Def.}
ergo rectæ A C. B C. æquales
eidem A B. æquales sunt ^{d 1.} inter
se. Ergo triangulum A B C. est ^{Ax.}
^c æquilaterum. Quod erat fa- ^{c 24.}
ciendum. ^{Def.}

C PRO-

PROPOSITIO II.

Prob. 2.



*Ad datum
punctum A. da-
ta recta B C.
æqualem re-
ctam A F. po-
nere.*

a 1.

Post.

b 1. 1.

c 3.

Post.

d 2.

Post.

Prax. Jungatur ^a A C. Super
ipsa A C. fac ^b triangulum
æquilaterum C D A. centro C.
spatio B C. duc ^c circulum : latus
D C. produc ^d in E. centro D.
spatio D E. duc circulum : latus
D A. produc in F. Recta A F.
æqualis est rectæ C B.

e Ex

const.

f 15.

Def.

g 3.

Ax.

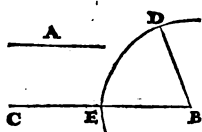
h 1.

Ax.

Prob. Rectæ D A. D C. sunt
^e æquales. Rectæ D E. æqualis
^f recta D F. ^g Ergo recta A F.
rectæ C E. Rursum, recta ^f C E.
æqualis est rectæ C B. ^h Ergo
A F. ipsi C B. Quicunque autem
alii ponantur casus, eadem semper
erit constructio & demonstratio,
ut bene notat Clavius ex Proclo.

P R O-

PROPOSITIO III.



*Datis duabus Prob. 3.
rectis inæquali-
bus A. & B C.
de majori B C.
minori A. æ-*

qualem rectam B E. detrahere.

Prax. Ad datum punctum B.
datæ rectæ A. æqualem
rectam D B. ^a pono. Centro B. ^a 2. 2.
spatio B D. ducō ^b circulum, ^b 3.
abscissa B E. est æqualis ipsi A. ^{Post.}

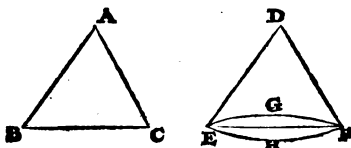
Prob. Recta B E. est ^c æqua- ^c 15.
lis ipsi B D. quæ ponitur ^d æqua- ^{Def.}
lis ipsi A. Ergo abscissa B E. ^d Ex
^{const.}
æqualis est ^e datæ A. Quod erat ^e 1.
^{Ax.}
faciendum.

S C H O L I U M.

*Circino hoc ut & præcedens problema
fieri potest secundum Tacquet; sed tunc
ex sententia Procli nullo postulato satis-
facit.*

PROPOSITIO IV.

Theore-
ma I.



Si duo triangula A. & D. duo latera, duobus lateribus aequalia habeant utrumque utrique hoc est A B. ipsi D E. & A C. ipsi D F. habeantque angulos A. & D. lateribus illis contentos, æquales: Et Basim B C. basi E F. æqualem habebunt, & triangulum A B C. triangulo D E F. æquale erit, & reliqui anguli, reliquis angulis æquales erunt uterque utrique, hoc est angulus B. angulo E. & angulus C. angulo F. æqualis erit, sub quibus æqualia latera A B. ipsi D E. & A C. ipsi D F. subtenduntur.

Prob.

Prob. Latus AB . lateri DE .
 & latus AC . ipsi DF . & an-
 gulus A . angulo D . ponuntur
 æqualia: ergo si superponantur,
 a congruent: ergo & basis BC .^{a 8.}
 basi EF . congruet. Adeoque^{Ax.}
 totum triangulum toti triangu-
 lo super imposito æquale erit.
Q. E. D.

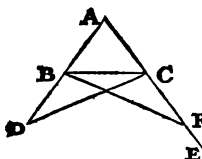
N O T A.

1. *Proprietas trianguli in hoc theore-
 mate proposita, cum ex terminorum ex-
 plicatione videatur patere, posset assumi
 tamquam communis notio.*

2. *Quemadmodum duo latera cum
 angulo incluso inferant aequalitatem ba-
 sium & angulorum; sic & vicissim di-
 cendo, duo latera & bases æquales infer-
 re angulos æquales. Adeoque octava pro-
 positio tanquam consuetarium huius ha-
 beri poterit.*

PROPOSITIO V.

Theor. 2.



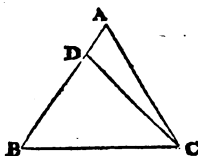
Isoscelis trianguli
A B C. qui ad basim
sunt anguli A B C.
A C B. inter se sunt
æquales, & productis
F æqualibus rectis A B.
A C. puta in D. &
E. qui sub basi sunt
anguli C B D. B C F. inter se æquales sunt.

- P**reparatio. Ex lineis A B. A C. productis, accipio a æqualia B D. C F. & b duco rectas C D. B F.
- Prob.** Triangulorum B A F. C A D. unum latus B A. Uni C A. & alterum F A. alteri D A. c æquale est. Et angulus B A C. utrique est communis : ergo d angulus A B F. æqualis est angulo A C D. & angulus A F B. angulo A D C. & basis B F. basi C D. æqualis. Rursus in triangulis B C D. C B F. latus C F. lateri B D. e est æquale, & latus F B. probatum est æquale ipsi D C. & angulus D. f angulo F. æqualis. Ergo f anguli C B D. B C F. infra basim sunt æquales & anguli B C D. C B F. æquales. Qui si tollantur ex æqualibus A B F. A C D. relinquent angulos ad basim g A B C. A C B. æquales. quod erat demonstrandum. Thales fertur autor hujus propositionis.
- Ex.**

Corollarium. Omne triangulum æquilaterum, est æquiangulum.

PRO-

PROPOSITIO VI.



Si trianguli Theor. 3.

A B C. duo
anguli A B C.

A C B. æqua-
les inter se fue-
rint, & sub

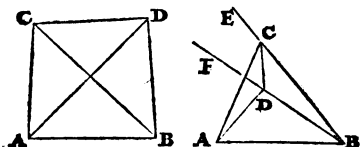
æqualibus angulis subtensa latera
A B. A C. æqualia inter se erunt.

Si negas: pars unius B D. ^a fiat ^a 3. 1.
æqualis alteri C A. hoc posi-
to; triangula D B C. A C B. se
habent juxta quartam; nam latus
B C. commune, & latera B D.
C A. æqualia, & anguli D B C.
A C B. æquales. Ego & totum
triangulum æquale erit toti trian-
gulo, hoc est totum parti: quod
repugnat. ^b

^b 9.
An.

Coroll. Omne triangulum æ-
quiangulum, est æquilaterum.

PROPOSITIO VII.



*Theor. 4. Super eadem recta AB. duabus
eisdem rectis AC. BC. aequales
aliae duae rectae AD. BD. utraque
utriusque, hoc est AC. ipsi AD.
& BC. ipsi BD. non constituentur
ad aliud & aliud punctum, puta D.
ad easdem partes, eosdem terminos
B. & A. habentes, cum duabus ini-
tio ductis rectis.*

Prob. Quia si possint duci duae
aliae, ducantur in D. Ergo
a 5. 1. triangulum CAD. ^a est Isosce-
les: ergo anguli ACD. ADC.
æquales. Rursus triangulum
CBD. est Isosceles. Ergo an-
guli BDC. BCD. sunt æqua-
les, cum tamen angulus CDA.
pars

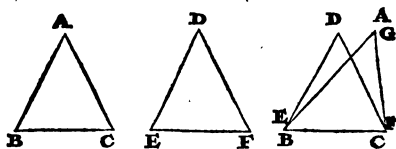
pars anguli totalis CDB . probatus sit æqualis totali angulo ACD . Idemque sequetur incommodum ubicumque statuatur punctum versus easdem partes. Nam si ponatur punctum intra triangulum in D . ut in secunda figura, ductis AD . BD FD . BC E . & DC . sic dico. Rectæ AD . AC . ponuntur æquales, ergo ^b anguli ADC . ACD . sunt ^b s. r. æquales: similiter BD . BC . ponuntur æquales, ergo anguli infra basim ECD . FDC . sunt ^b æquales, ergo angulus FDC . major est angulo ADC . quemadmodum ECD . major est ipso ACD . quod repugnat.

Denique non potest statui punctum in parte alicujus lineæ ex datis, alioquin pars esset æqualis toti, contra 9. ax.

NB. *Hac propositio tantum adhibetur ad demonstrandam subsequenter octavam, quæ posset tamquam consuetarium quarta assumi.*

PRO-

34 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO VIII.



Theor. 5. Si duo triangula A. D. duo latera, AB. AC. duobus lateribus DE. DF. equalia habeant, alterum alteri : habeant etiam basim BC. basi EF. equalem : Et angulum A. angulo D. equalem habebunt, sub equalibus rectis contentum.

Prob. Quia si congruant latera, congruent & anguli : cum
 a 8. ^a angulus non sit aliud quàm inclinatio duarum linearum. Quod
 Def. si quando superponentur non congruant, sed trianguli EFD. apex D. non cadat in A. sed in G. ergo tunc duæ rectæ duabus rectis æquales, super eadem recta BC. ducentur ad aliud punctum, contra præcedentem.

PRO-

PROPOSITIO IX.



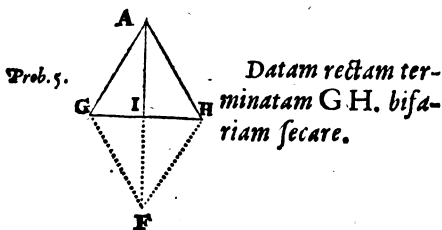
*Datum an- Prob. 4.
gulum rectili-
neum B A C.
bifariam se-
care.*

Prax. Ex lateribus dati anguli B A C. sumo ^a rectam A D. ^a 3. 1. & ipsi æqualem A E. Jungo D E. constituo ^b triangulum æquilate- ^b 1. 1. rum D E F. ducta recta A F. bifariam dividet angulum A.

Prob. In triangulis D A F. E A F. rectæ A D. A E. sunt æquales : A F. communis est, & basis D F. basi E F. æqualis : ^c ergo anguli F A D. F A E. sunt ^c 8. 1. æquales. Ergo angulus B A C. divisus est bifariam. Quod facien- dum erat.

PRO-

PROPOSITIO X.

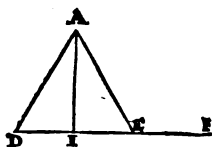


Prax. Supra rectam GH .
 a 1. 1. ^a constituo triangulum æquilaterum GAH . cujus angulum
 b 9. 1. A . divido ^b bifariam, ducta recta
 AF . dividet rectam GH . bifariam.

Prob. Triangula GIA . HIA .
 se habent juxta quartam ex constructione figuræ : ergo habent bases GI . IH . æquales. Ergo recta GH . divisa est bifariam.
 Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO XI.



Data recta Prob. 6.
 DF. à puncto
 I. in ea dato,
 ad rectos an-
 gulos, rectam
 lineam IA. excitare.

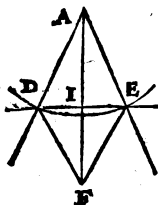
Prax. Ex linea DF. à puncto
 I. sumo ^a partes hinc inde ^a 3. 1.
 æquales ID. IE. super DE.
^b constituo triangulum æquilate- ^b 1. 1.
 rum DAE. à puncto A. ad
 punctum I. recta ducta erit per-
 pendicularis.

Prob. Latus DI. ^c est æquale ^c Ex
 lateri IE. & latus ^d DA. ipsi AE. ^{conf.}
 & latus AI. commune. ^c Ergo ^{Def.}
 anguli AID. AIE. erunt æqua- ^c 8. 1.
 les, ^f ergo recti : ergo ^f AI. per- ^f 10.
 pendicularis. Q. E. F. ^{Def.}

D PRO-

PROPOSITIO XII.

Prob. 7.



Super datam
rectam infinitam
DE. à dato puncto
A. quod in ea non
est, perpendiculari-
rem rectam lineam
AI. excitare.

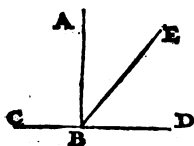
Prax. Centro A. duco circu-
lum, qui secet rectam DE, à
sectionibus duco rectas DA. EA.
a 10. 1. a divido DE. bifariam in I. ducta
recta AI. erit perpendicularis.

b 15. Prob. Latera AD. AE. b sunt
Def. æqualia, c latus DI. æquale lateri
c Ex IE. & AI. commune: d ergo an-
const. guli AID. AIE. sunt æquales:
d 8. 1. e ergo recti: ergo AI. est e per-
e 10. pendicularis.
Def.

Hujus propositionis autor fer-
tur Oenipides Chius annis ante
Christum circiter 550.

PRO-

PROPOSITIO XIII.



Cum recta Theor. 6.

AB. vel EB.
supra rectam
CD. consistens,
angulos facit:
aut duos rectos

ABC. ABD. aut duobus rectis
æquales EBC. EBD. facit.

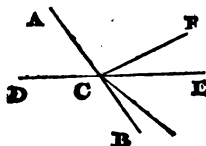
Prob. Recta EB. cum recta
DC. aut facit utrinque æqua-
les angulos & ^a consequenter ^a 10.
rectos; aut non facit: si non facit, ^{Def.}
^b excitetur ex B. perpendicularis ^b 11.1.
BA. Quoniam igitur angulo
ABD. æquales ^c sunt ABE. ^c 13.
EBD. Si utrisque addas rectum ^{Ax.}
ABC. ^d erunt duo recti ABC. ^d 2.
ABD. æquales tribus angulis ^{Ax.}
ABC. ABE. EBD. quibus
etiam anguli EBC. EBD. sunt
æquales & consequenter hi duo
sunt æquales duobus rectis.
Q. E. D.

D 2

PRO-

PROPOSITIO XIV.

Theor. 7.



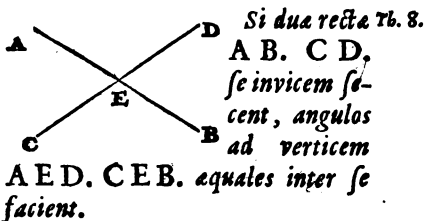
Si ad aliquam rectam AC. & in ea punctum C. duæ rectæ DC. CE. non ad easdem

partes ductæ, eos qui sunt deinceps angulos ACD. ACE. duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt inter se rectæ, hoc est DCE. erit una linea recta.

Prob. Si rectæ DC. CE. non
^a Per
^{2.} Post. jacent in directum, ^a jaceat
 CF. aut alia quæpiam. Ergo an-
^b 13. I. guli ACD. ACF. valent ^b duos
^c Contra rectos. Ergo ^c pars ACF. est
^{Ax. 9.} æqualis ACE. toti. Nam prius
 ex hypothesi ACD. ACE. va-
 lebant duos rectos.

PRO-

PROPOSITIO XV.



Prob. Nam angulo sive A E D.
 sive C E B. addatur angulus
 medius D E B. a erit æqualis duo- a 13. 1.
 bus rectis, b ergo anguli C E B. b 3.
 A E D. sunt æquales. Idemque Ax.
 fiet si angulo A E C. vel D E B.
 adjiciatur angulus A E D.

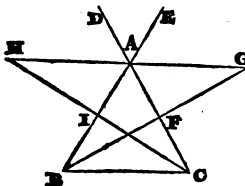
Thales Milesius fertur auctor
 hujus propositionis.

Coroll. 1. Duæ rectæ secantes
 se mutuo, efficiunt ad punctum
 sectionis, quatuor angulos, qua-
 tuor rectis æquales.

Coroll. 2. Omnes anguli circa
 idem punctum constituti æquales
 sunt quatuor rectis.

D 3 PRO-

PROPOSITIO XVI.

Th. 9.

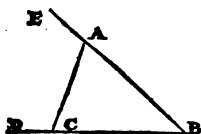
Trianguli
ABC. uno
latere BA.
producto in
E. exter-
nus angulus
EAC. utro-
libet interno
& opposito

C. vel B. major est.

a 10. 1. **P**rob. Latus A C. a bisecetur in F.
ducatur B G. ita ut B F. sit æqua-
lis F G. junge rectam A G. tunc
triangula A F G. C F B. habent se jux-
ta 4. nam latus b A F. æquale est lateri
c F. & latus F G. lateri F B. & angu-
e 15. 1. lus A F G. c angulo C F B. æqualis;
d 4. 1. d ergo & angulum G A F. angulo B C F.
æqualem habebunt, ergo angulus tota-
lis E A C. externus major est interno &
opposito A C B. Quod si latus A B. bi-
secetur in I. idem fiet, & probabitur an-
gulum externum D A B. majorem esse
angulo A B C. Ergo cum angulus E A C.
c 15. 1. c sit æqualis angulo D A B. erit angulus
E A C. externus, major quolibet inter-
no & opposito nempe angulo C. vel B.
Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XVII.



Trianguli Tb. 10.

A B C. duo an-
guli, B C A.
C A B. vel alii
quilibet, quo-

cunque modo sumpti, duobus rectis
sunt minores.

Prob. Producto B C. in D.
externus angulus A C D.
^a major est angulo A. vel B. sed ^a 16.1.
anguli A C D. A C B. ^b valent ^b 13.1.
tantum duos rectos, ergo anguli
B. & C. interni, sive C A B.
B C A. sunt minores duobus
rectis. Idem dicam de angulis A.
& B. si producam latus, B A.

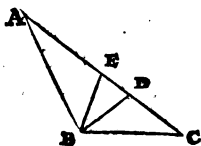
Coroll. 1. In omni triangulo,
cujus unus angulus fuerit rectus
vel obtusus, reliqui sunt acuti.

Coroll. 2. Omnes anguli trian-
guli æquilateri & trianguli Isosce-
lis, anguli supra basim sunt acuti.

D 4 PRO-

PROPOSITIO XVIII.

Th. II.



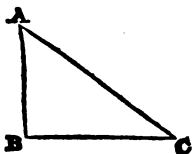
Trianguli

ABC. majus
latus AC. ma-
jorem angulum
ABC. sub-
tendit.

Si negas: Ex majori latere AC.
^a 3.1. ^a fac AD. æquale ipsi AB.
^b 5.1. duc rectam BD. ^b erunt anguli
 ABD. ADB. æquales. Est au-
 tem angulus ADB. hoc est
 ABD. externus & oppositus an-
^c 16.1. gulo C. ^c major. Multo ergo ma-
 jor est totalis angulus ABC. an-
 gulo C. Major item est angulo A.
 nam fac CE. æquale ipsi CB.
^d 5.1. ^d erunt anguli CEB. CBE.
^e 16.1. æquales, ^e & angulus CEB. hoc
^f 9. est EBC. major angulo A. ^f ergo
 Ax. angulus ABC. major angulo A.
 Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XIX.

Trianguli *rb.* 12.

ABC. *majus*
latus AC. sub
majori angulo
 ABC. *sub-*
tenditur.

Si negas latus AC. esse majus latere AB. sint æqualia: ^a er- ^a 5. 1. go anguli B. & C. sunt æquales, contra hypothesin. Si latus AB. dicas majus latere AC. ^b ergo ^b 18. 1. angulus C. major erit angulo B. contra hypoth. Idem dicam de latere BC. Ex quibus sic dico latus AC. nec minus est nec æquale lateribus AB. CB. ergo majus. Q. E. D.

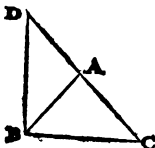
N O T A.

Hac propositio est conversio præcedentis, quapropter hanc omittendo potuisset dici: si majus latus majorem angulum subten-
dit, utique & major angulus à majore
latere subtenditur.

P R O-

PROPOSITIO XX.

Th. 13. D

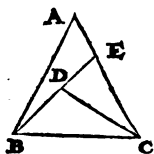


Trianguli ABC.
 duo latera puta
 AB. AC. quomo-
 docunque sumpta,
 reliquo BC. sunt
 majora.

Prob. Produco CA. in D. sic
 ut AD. sit æquale ipsi AB.
 & proinde ^a CD. æqualis ipsis
^a 2. Ax. CA. AB. ducta recta DB. sic
 dico : Rectæ AD. AB. sunt
 æquales ^b ergo æquales anguli D.
 & DBA. ^c Major ergo utroli-
^c 9. Ax. bet erit totus angulus DBC.
 sed hunc angulum subtendit latus
 CD. hoc est CA. AB. ^d ergo
^d 19. 1. rectæ CD. hoc est CA. AB.
 major est quàm latus BC.
 Q. E. D.

P R O-

PROPOSITIO XXI.



Si super trianguli Th. 14. ABC. uno latere BC. ab extremitatibus dua recta BD. DC. interius constituta fuerint, ha constituta, reliquis trianguli duobus lateribus

AB. AC minores quidem erunt, majorem verò angulum continebunt, id est angulus D. major erit angulo A.

Prob. 1. pars. Producto BD. in E. in triangulo BAE. duo latera BA. AE. a majora sunt tertio BE. ergo a 20. 1. si addatur commune EC. erunt BA. AC. majora quam BE. EC. Eodem modo in triangulo CED. latera CE. ED. majora sunt tertio CD. ergo si commune addatur DB. erunt CE. EB. majora quam BD. DC. sed AB. AC. probata sunt majora quam BE. EC. ergo multo majora quam BD. DC.

Prob. 2. pars. Angulus BDC. externus b major est interno & opposito DEC. b 16. 1. & hic major angulo A. interno & opposito, multo ergo major angulus BDC. angulo A. Q. E. D.

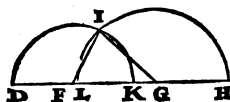
PRO-

PROPOSITIO XXII.

Prob. 8.



Ex tribus
rectis DF. FG.
GH. que sunt
æquales tribus
datis rectis A.
B. C. triangulum FIG. con-
stituere; oportet autem duas quomodocunque sumptas,



a 20. I.

reliqua esse majores : a quoniam omnis
trianguli duo latera quomodocunque
sumpta reliquo sunt majora.

Prax. Datis rectis ABC. sume
ipsis ordine æquales DF. FG.
GH. centro F. spatio FD. duc
circulum DI. & centro G. spatio
GH. duc alium HI. à puncto in-
tersectionis I. ducantur rectæ FI.
& GI. & factum est quod pe-
titur.

b 15.
Def.

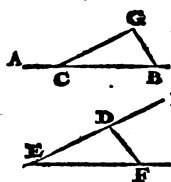
Prob. in triangulo FIG. recta
FI. æqualis est ^b ipsi DF. hoc
est A. & GI. ipsi GH. hoc est C.
& GF. ipsi B. Q. E. F.

N O T A.

Hac conditio in vigesima propositione
contenta omitti potuisset.

P R O-

PROPOSITIO XXIII.



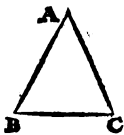
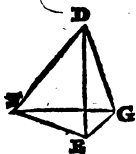
Ad datam re- Problemam A B. & ma 9.
punctum C. in
ea datum, dato
angulo rectilineo
DEF. æqualem
angulum rectilineum GCB. con-
stituere.

Sume in rectis EH. EI. duo
 puncta utcunque, puta D.
 & F. quæ recta DF. junges.
 Tum ^a fiat triangulum CGB. ^{a 22. 1.}
 habens latera æqualia lateribus
 trianguli EDF. singula singu-
 lis: hoc facto triangu-
 la se habent juxta propositionem 8. ergo
 anguli E. & C. erunt æquales.
 Hujus propositionis autor fertur
 Oenipes Chius.

E PRO-

PROPOSITIO XXIV.

Th. 15.



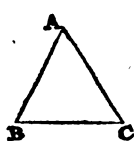
Sit triangu-
lum ABC.
duo late-
ra, AB.
AC. duo-
bus trian-
guli DFE.

lateribus DF. DE. aequalia habuerit,
AB. ipsi DF. & AC. ipsi DE. angu-
lum vero A. maiorem angulo D. basim
BC. basi FE. maiorem habebit.

- A**d rectam FD. & ad punctum
 a 23. 1. in ea datum ^a fiat angulus
 FDG. æqualis angulo A. & la-
 tus DG. ipsi DE. hoc est ipsi
 b 4. 1. AC. sit æquale, ^b & consequen-
 ter basis BC. basi FG. jungan-
 tur rectæ GE. GF. anguli DGE.
 DEG. ^c æquales erunt. Ergo
 c 5. 1. totus angulus FEG. major quam
 DEG. major etiam erit quam
 DGE. & multo major quam
 d 19. 1. FGE. ^d ergo recta GF. & huic
 æqualis BC. major est quam EF.
 Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXV.



Si duo Th. 16.

triangula

A B C.

D E F.

duo late-

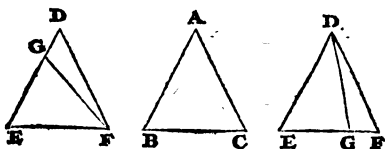
ra, duobus lateribus equalia habuerint, alterum alteri hoc est AB. ipsi ED. & AC. ipsi DF. basim verò BC. basi EF. majorem habuerint: & angulum A angulo D. majorem habebunt sub equalibus rectis contentum.

Prob. Quia si angulus A. non est major angulo D. erit vel æqualis, vel minor: si æqualis a ergo bases BC. EF. erunt æqua- a 4. r. les, quod est contra hypothese-
 Si minor: cum latera AB. AC. sint æqualia ipsis DE. DF. basis EF. b major erit base BC. con- b 24. r. tra hypoth. ergo cum nec æqualis vel minor esse potest erit necessa-
 rio major Q. E. D.

E 2

PRO-

PROPOSITIO XXVI.



*Th. 17. Si duo triangula, duos angulos, duobus
angulis æquales habuerint, alterum al-
teri; & unum latus uni lateri æquale,
sive quod adjacet æqualibus angulis, sive
quod uni æqualium angulorum subtendi-
tur, & reliqua latera, reliquis lateribus
æqualia habebunt, alterum alteri, & re-
liquum angulum reliquo angulo.*

Prob. sint in triangulis $ABC. DEF.$
anguli $B. \& C.$ æquales angulis $E.$
& $F.$ sintque primo latera $BC. EF.$
(quæ adjacent angulis æqualibus) æqua-
lia. Si latus $ED.$ non est æquale ipsi $BA.$
sit eo majus, & sumatur $EG.$ æquale
ipsi $BA.$ tum ducta $FG.$ Duo latera
triangulorum $GEF. ABC.$ æqualia
sunt, & anguli $E. \& B.$ æquales contenti
inter latera æqualia. \therefore Ergo anguli $C.$
& $GFE.$ sunt æquales, quod esse non
potest: nam angulus $GFE.$ est pars
ipsius $DFE.$ qui æqualis ponebatur ipsi
 $C.$ non ergo $DE.$ major est quam $BA.$
Sed neque minor, alias lateri $BA.$ ca-
dem quæ prius, applicaretur demon-
stratio.

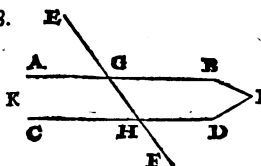
stratio. Ergo æqualis. Ergo triangula DEF. ABC. se habent juxta 4. & latera lateribus, & anguli angulis correspondentibus sunt æquales.

Sint deinde latera AB. DE. subtendentia æquales angulos C. & EFD. inter se æqualia, dico latera CB. CA. ipsis FE. FD. esse æqualia, & angulum A. angulo D. æqualem. Si enim latus EF sit majus latere BC. sume rectam EG. æqualem ipsi BC. duc rectam DG. quoniam igitur latera AB. BC. sunt æqualia ipsis DE. EG. & anguli B. & E. sunt æquales ex hypoth. erit b angulus C. angulo EGD. æqualis. b 4. l. Igitur & angulus EGD. angulo EFD. erit æqualis, hoc est externus interno & opposito c quod est absurdum. Non c16. l. est ergo latus EF. majus latere BC. sed neque minus est, ut ostendit eadem demonstratio applicata lateri BC. ergo est ei æquale; ergo triangula ABC. DEF. se habent juxta 4. cum latus AB. ipsi DE. & BC. ipsi EF. & angulus B. angulo E. sit æqualis & consequenter basis AC. basi DF. Q. E. D.

Thales milesius autor hujus fertur.

PROPOSITIO XXVII.

Th. 18.



*Si in
duas rectas
AB. CD.
recta EF.
incidēs an-
gulos al-*

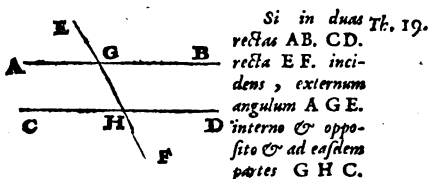
*ternos A G H. D H G. aequa-
les inter se fecerit: parallelæ erunt
inter se rectæ.*

a 35.
Def.

Prob. Si non sunt parallelæ
& coibunt tandem puta in I.
& fiet triangulum G I H, cujus
angulus externus A G H. erit
b 16. 1. b major interno & opposito
G H D. cui tamen ex hypothesi
erat æqualis. Similiter demon-
strabitur, si dicantur concurrere
in K. Ergo non concurrunt.
Ergo sunt parallelæ Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXVIII.



Si in duas *Th. 19.*
 rectas AB. CD.
 recta EF. inci-
 dens, externum
 angulum AGE.
 interno & oppo-
 sito & ad easdem
 partes G H C.

aequalem fecerit: aut internos & easdem partes
 AGH. G H C. duobus rectis aequales fecerit:
parallelae erunt inter se recta.

Prob. 1. pars. Angulo AGE. aequa- a 15. f.
 lis est angulus BGH. angulus CHG.
 aequalis ponitur angulo AGE.
 b ergo alterni BGH. G H C. sunt aequa- b 1. Ax.
 les, c ergo rectae AB. CD. sunt parallelae. c 27. J.

Prob. 2. Angulus EGA. cum angulo
 AGF. d valet duos rectos, anguli d 13. 1.
 AGH: GHC. ponuntur aequales duobus
 rectis: e ergo subducto communi angulo e 3. Ax.
 AGH. remanebunt anguli EGA. GHC.
 aequales. Ergo rectae AB. CD. sunt pa-
 rallelae per priorem partem hujus.

Ex secunda parte hujus propositionis,
 constat sufficienter de veritate undecimi
 Axiomatis: nimirum à contrario.

NOTA.

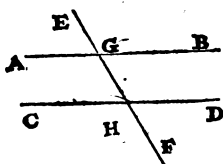
*Haec tres proprietates 27. ac 28. propo-
 sitione proposita unicâ contineri potuissent
 uti sequens 29. quaque eatenus per mo-
 dum conversionis demonstrata videtur.*

E 4

PRO-

PROPOSITIO XXIX.

Th. 20.



In paral-
lelas rectas
AB. CD.
recta EF.
incidens : &
alternos an-

gulos B G H. G H C. aequales
inter se facit : & externum E G B.
interno & opposito & ad easdem
partes E H D. aequalem : & in-
ternos ad easdem partes A G H.
C H G. duobus rectis aequales.

Prob. 1. pars. Anguli D H G.
a 13. 1. G H C. ^a valent duos rectos :
anguli item D H G. B G H.
b 28. 1. ^b valent duos rectos ^c ergo sub-
c 3.
dx. ducto communi angulo D H G.
anguli B G H. G H C. alterni re-
manebunt æquales.

Prob. 2. Anguli E G B.
d 13. 1. B G H. valent ^d duos rectos : an-
guli B G H. G H D. valent
^e duos

^e duos rectos, ergo subducto com- ^e 28. 1.
muni B G H. remanebunt anguli
E G B. E H D. æquales.

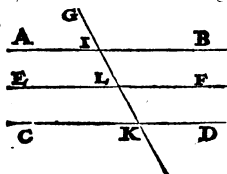
Prob. 3. Rectæ A B. C D.
ponuntur parallelæ ^f ergo ne- ^f 35.
que versus A. neque versus B. ^{Def.}
concurrunt, ergo tam versus A.
quam versus B. anguli interni ad
easdem partes sunt æquales duo-
bus rectis, & si enim ex aliqua ^g 11.
parte essent minores, ex ea con- ^{Ax.}
currerent.

Coroll. Omne parallelogram-
mum, habens unum angulum
rectum, est parallelogrammum
rectangulum.

PRO-

PROPOSITIO XXX.

Th. 21.



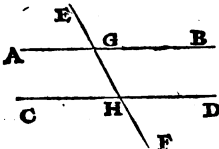
Qua ei-
dem recta
EF. paral-
lela AB,
CD. & in-
ter se sunt

parallela.

Prob. In has tres rectas in eo-
dem plano positas si cadat
recta GK. angulus AIL. æqua-
 a 29. 1. lis erit angulo ILF. ^a quia sunt
alterni ; & angulus externus
ILF. angulo LKD. interno &
 b 1. opposito : ^b ergo anguli AIL.
 Ax. LKD. sunt æquales : ^c ergo
 c 27. 1. rectæ AB. CD. sunt parallelæ
Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXXI.

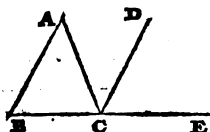

*A dato Proble-
 ma 10.
 puncto G.
 data recta
 C D. pa-
 rallelam re-
 ctam lineam A B. ducere.*

Ex G. in datam C D. duc
 rectam G H. utcunque, &
 angulo G H D. ^a constitutur ^a 23.1.
 æqualis ad G. nempe angulus
 H G A. ^b erit recta A B. ipsi ^b 27.1.
 C D. parallela, quia anguli al-
 terni A G H. D H G. sunt æqua-
 les Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO XXXII.

Tb. 22.



Trianguli
 ABC. uno
 latere BC.
 producto in
 E. externus

angulus ACE. duobus internis &
 oppositis ABC. BAC. equalis
 est: & trianguli, tres interni an-
 guli A. B. C. duobus rectis aequales
 sunt.

- a 31. 1. **P**rob. 1. pars. ^a Ducatur ex C.
 recta CD. parallela rectæ
 AB. tunc quia recta AC. cadit
 in parallelas AB. CD. angulus
 b 29. 1. A. æqualis est ^b alterno ACD.
 Et quia BC. cadit in easdem, pa-
 rallelas angulus ECD. externus
 c 29. 1. ^c æqualis est interno B. Totalis
 ergo ACE. æqualis est duobus
 internis & oppositis A. & B.
 Q. E. D.

Prob. 2. Angulus ACB.
 d 13. 1. cum externo ACE. ^d valet duos
 rectos,

rectos, sed angulus $A C E$. \simeq α - ϵ 32. α .
 qualis est angulis A . & B . ergo
 angulus C . cum angulis A . & B .
 valent duos rectos, ergo tres an-
 guli, &c. Hujus propositionis
 autor fertur Pythagoras Samius
 circa annum ante Christ. 650.

Coroll. 1. Omnes tres anguli
 unius trianguli, sunt æquales tri-
 bus cujusunque alterius trianguli
 simul sumptis; & quando duo sunt
 æquales duobus, erit & reliquus
 reliquo æqualis.

Coroll. 2. In triangulo Isocele
 rectangulo, anguli ad basim sunt
 semirecti.

Coroll. 3. Angulus trianguli
 æquilateri est una tertia duorum
 rectorum, vel duæ tertiæ unius
 recti.

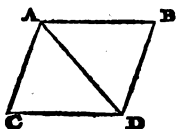
Sch. Omnis figura rectilinea
 distribuitur in tot triangula, quot
 ipsa continet latera, demptis duo-
 bus, & anguli triangulorum, con-
 stituunt angulos figuræ.

F

PRO-

PROPOSITIO XXXIII.

7b.23.



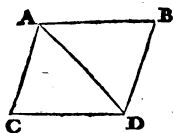
Recta AC.
BD. quæ æqua-
les & parallelas
AB. CD. ad
easdem partes con-
jungunt : & ipsæ æquales & pa-
rallelae sunt.

a 29. 1.

Prob. Duc rectam DA. quæ
datas AB. CD. jungat^a tunc
anguli alterni DAB. ADC.
erunt æquales : latus AB. poni-
tur æquale lateri CD. latus AD.
est commune ergo bases AC.
b 4. 1. DB. sunt æquales. b Ergo an-
guli CAD. ADB. sunt æqua-
c 27. 1. les ; c ergo rectæ AC. DB.
sunt parallelæ.

PRO-

LIBER PRIMUS. 63
PROPOSITIO XXXIV.



*Parallelogram- Th. 24.
morum spatiornm
qua ex aduerso &
latera AB. CD.*

*AC. BD. &
anguli A. & D. B. & C. equalia
sunt inter se, & diameter AD.
illa bifariam secat.*

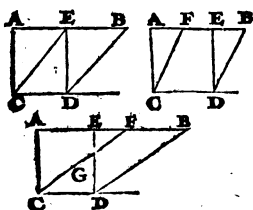
Prob. Rectæ AB. CD. po-
nuntur parallelæ, ^a ergo an- ^a 29. r.
gulus BAD. angulo CDA. &
angulus CAD. angulo ADB.
sunt æquales, cum sint alterni.
Ergo triangula ABD. ACD.
habent duos angulos æquales al-
terum alteri, & ipsis commune
latus AD. adjacet; ^b ergo & re- ^b 26. r.
liqui anguli B. & C. sunt æquales,
& reliqua latera, AB. ipsi CD.
& BD. ipsi AC. erunt æqualia,
cum æqualibus angulis, nempe
alternis opponantur. ^c Ergo trian- ^c 4. r.
gula ABD. ACD. æqualia in-
ter se sunt. Q. E. D.

F 2

PRO-

PROPOSITIO XXXV.

Tb. 25.



Parallelogramma
AD.FD.
super eadem
base CD. &
in iisdem

parallelis AB. CD. constituta,
inter se sunt aequalia.

Id tribus modis potest contingere, si, ut vides, in 1. figura, sic dico. Rectæ AE. EB. sunt
 a 1. Ax. a æquales, quia sunt b æquales
 b 34. I. rectæ CD. Rectæ AC. ED.
 sunt æquales: angulus CAE.
 c 29. I. c æqualis est angulo DEB. ergo
 c 4. I. triangulum CAE. c æquale est
 f 2. Ax. triangulo DEB. f addito ergo
 communi FCD. fient parallelo-
 grammata AECD. CEBD.
 æqualia.

Si ut in 2. Rectæ AE. FB:
 g 3. sunt æquales ut prius: g dempta
 Ax. igitur communi FE. erunt æqua-
 les

LIBER PRIMUS. 65

les A F. E B. Rectæ A C. E D.
 sunt ^h æquales: anguli A. & E. ^h 34. r.
 sunt ⁱ æquales, ⁱ ergo triangula ⁱ 29. r.
 F A C. B E D. sunt æqualia, addito ⁱ 4. r.
 ergo communi trapeſio E F C D.
 parallelogramma A E C D.
 F B C D. erunt ^m æqualia. ^m 2.

Si ut in 3^a. idem repeto. Rectæ ^{Ax.}
 A E. F B. sunt ⁿ æquales ipsi C D. ⁿ 34. r.
^o ergo & inter ſe: ergo recta A F. ^o 1.
^p æqualis eſt rectæ E B. Rectæ ^{Ax.}
 A C. E D. sunt ^q æquales, anguli ^p 2.
 item E. & A. sunt ^r æquales: er- ^q 34. r.
 go triangula A C F. E D B. sunt ^r 29. r.
^r æqualia: Ergo ſi ab utroque tol- ^r 4. r.
 las triangulum E G F. relinques
 æqualia trapezia A C G E. &
 F G D B. quibus ſi addas com-
 mune triangulum C G D. facies
 parallelogramma A D. D F. æ-
 qualia. Q. E. D.

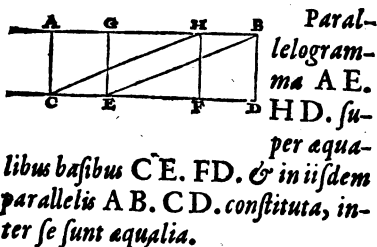
SCHOLIUM.

*Hinc omnium parallelogrammorum
 dimenſio, cum æqualia ſint parallelo-
 grammo rectangulo, cujus area provenit
 ex multiplicatione laterum, patebit.*

F 3 PRO-

PROPOSITIO XXXVI.

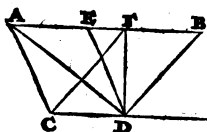
Th. 26.



Prob. Connectantur parallelogramma rectis CH. EB.
^a 34.1. ^a quæ erunt æquales & parallelæ.
Hoc posito, parallelogrammum
^b 35.1. A E. æquale est ipsi ^b C B. & parallelogrammum C B. ipsi ^b H D.
^c 1. ^c ergo parallelogramma A E.
Ax. H D. sunt æqualia. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXXVII.



Triangula Tb. 27.

ACD. FCD.

super eadem

basi CD. &

in iisdem pa-

rallelis AB. CD. constituta, sunt
inter se equalia.

Prob. ^a Per D. ducas DE. pa- ^a 31.1.
rallelam rectæ CA. & DB.

ipsi CF. parallelogramma AD.

CB. ^b erunt æqualia : ^c sed eo- ^b 35.1.

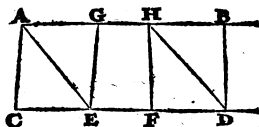
rum dimidia sunt triangula ACD. ^c 34.2.

FC D. ^d ergo ipsa triangula ^d 7.

AC D. FC D. sunt æqualia. ^{Ax.}

Q. E. D.

PROPOSITIO XXXVIII.

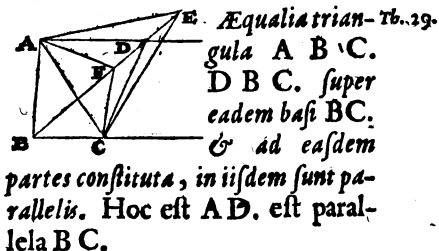


*Th. 28. Triangula ACE. BFD. super
equalibus basibus CE. FD. & in
iisdem parallelis AB. CD. æqua-
lia sunt inter se.*

*a 31. 1. Prob. ^a Ducatur EG. paralle-
la ipsi AC. & FH. ipsi BD.
b 36. 1. ^b erunt parallelogramma CG.
c 34. 1. HD. æqualia. ^c Horum dimidia
sunt triangula ACE. BFD.
d 7. ^d Ergo sunt inter se æqualia.
*Q. E. D.**

P R O-

PROPOSITIO XXXIX.

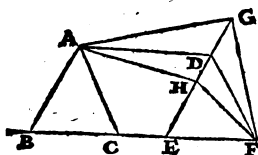


Prob. Si negas sit. ^a A E. ipsi ^a 31. 1.
B C. parallela cui recta B D.
producta occurrat in E. Ducta
ergo recta C E. ^b triangula A B C. ^b 37. 1.
E B C. erunt æqualia, pars toti,
quod fieri nequit: nam triangu-
lum D B C. æquale triangulo
A B C. æquale quoque foret
triangulo E B C. per 1. ax.
Quod si dicas A F. & B C. esse
parallelas, eadem repetetur de-
monstratio, & sequetur totum &
partem esse æqualia.

P R O-

PROPOSITIO XL.

Tab. 30.

Æqualia
triangula

A B C.

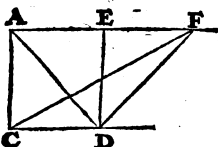
D E F.

super æ-
qualibus basibus B C. E F. & ad
easdem partes constituta, in iisdem
sunt parallelis A D. B F.

- P**rob. Si negas A D. ipsi B F.
esse parallelam, sit A G. cui
occurrat E D. producta in G.
- 38. I. Tunc ducta G F. erunt ^a triangu-
la G E F. A B C. æqualia: pone-
bantur autem æqualia triangula
A B C. D E F. ergo totum G E F.
& pars D E F. eidem triangulo
A B C. æquale, ^b erunt æqualia.
^b 1. Quod fieri nequit.
Ax.

PRO-

PROPOSITIO XLI.



Si parallelogrammum A E C D. communem cum trian-

gulo F C D. basim C D. habuerit, & in iisdem parallelis A F. C D. fuerit: parallelogrammum erit duplum trianguli.

Prob. Ducatur diameter A D. Triangula F C D. A C D.

^a sunt æqualia; Parallelogrammum C E. ^b est duplum trianguli A C D. ^c ergo & trianguli F C D. Q. E. D.

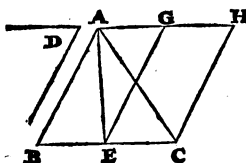
SCHOLIUM.

Cum jam per 35. omnium parallelogrammorum area obtinetur, etiam triangulorum, quæ eorundem dimidia sunt, non latebit.

PRO-

72 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO XLII.

Proble-
ma II.



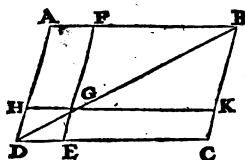
Dato trian-
gulo ABC .
æquale pa-
rallelogram-
mum GC .
constituere
in dato recti-
lineo ang. D .

Dati trianguli ABC . Basim
a 10. I. BC . divide ^a bifariam in E .
b 31. I. ductaque EA . ^b agatur per A .
recta AH . parallela ipsi BC . Ad
c 23. I. punctum E . ^c facto angulo GEC .
ipsi D . æquali; educatur ex C .
d 31. I. recta CH , ipsi EG . ^d parallela
dico factum.

Prob. Triangula ABE . AEC .
e 38. I. sunt ^e æqualia: triangulum AEC .
est dimidium trianguli, ABC .
f 41. I. & ^f dimidium parallelogrammi
 BC . super eadem basi EC . con-
stituti: ergo triangulum ABC .
g 6. est ^g æquale parallelogrammo
Ax. GC . habens ex constructione
angulum GEC . æqualem dato
angulo D . Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO XLIII.



Omnis Th. 32.
parallelo-
grammi,
complē-
ta eorum
qua circa

diametrum sunt parallelogrammo-
rum, inter se sunt aequalia.

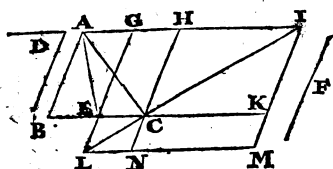
In hac figura, parallelogramma
circa diametrum sunt, FK.
HE. complementa verò eorum,
parallelogramma AG. GC. hæc
complementa dico esse æqualia.

Prob. Triangula BAD. BCD.
sunt ^a æqualia. Itemque triangu- ^{a 34. i.}
la BKG. BFG. & GED. GHD.
Ergo si ab æqualibus triangulis
BAD. BCD. tollas æqualia,
nempe BKG. ipsi BFG. &
GHD. ipsi GED. comple-
menta GA. GC. quæ remanent,
erunt æqualia. Q. E. D.

G

PRO-

PROPOSITIO XLIV.



Proble-
ma 12.

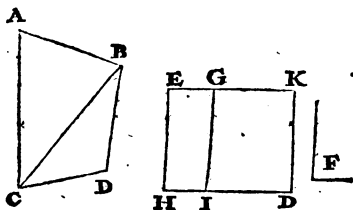
*Ad datam rectam F. dato trian-
gulo A B C. æquale parallelogram-
mum C M. applicare in dato an-
gulo rectilineo D.*

a 42. 1. **C**onstitue triangulo A B C.
a æquale parallelogrammum
C G. habens angulum G E C.
æqualem angulo dato D. cum
produc B C. in K. sic ut CK.
b 3. 1. sit b æqualis datæ F. per K. agatur
c 31. 1. c KI. parallela ipsi CH. occur-
rens G H. productæ in I. De-
inde ex I. ducatur per C. diame-
ter I C. occurrens rectæ G E.
productæ in L. & per L. ducatur
LM. parallela ipsi EK. secans IK.
pro-

productam in M. producat-
que HC. in N. dico parallelo-
grammum CM. esse quod peti-
tur.

Prob. Complementa GC.
CM. sunt ^d æqualia, parallelo- ^{d 44.1.}
grammum GC. est ^e æquale ^{e Ex}
triangulo ABC. ergo & comple- ^{const.}
mentum CM. habet autem lineam
CK. æqualem datæ F. & angu-
lum CNM. æqualem angulo
HCK. qui ^f æqualis est angulo ^{f 28.1.}
GEC. qui ponitur æqualis dato ^{Prop.}
angulo D. ergo parallelogram-
mum CM. æquale est triangulo
ABC. & habet lineam CK.
æqualem datæ F. & angulum
GNM. æqualem dato D. Q.
E. F.

PROPOSITIO XLV.



Proble-
ma 13.

Dato rectilineo AD. æquale parallelogrammum ED. constituere, in dato rectilineo angulo F.

a 44. I.

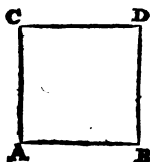
Divide rectilineum in triangu-
la, fac parallelogrammum a EI.
æquale triangulo BCD. in an-
gulo H. æquali ipsi F. & supra latus GI.
parallelogrammum GD. æquale trian-
gulo ABC. habens in I. angulum GID.
æqualem ipsi H. & factum est quod pe-
titur.

b Ex
const.

Prob. Parallelogrammum EI. æqua-
le est b triangulo BCD. in angulo H.
æquali dato F. rursus parallelogram-
mum GD. æquatur triangulo ABC.
etiam in angulo dato, ergo parallelo-
grammum ED. quod æquale est parti-
bus simul sumptis, æquatur rectilineo
ABCD. in dato angulo Q. E. F.

P R O-

PROPOSITIO XLVI.

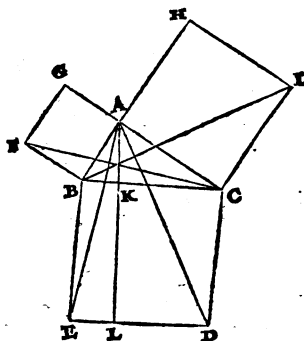


Datâ rectâ AB. Proble-
ma 14.
quadratum ABDC.
describere.

Ex A. & B. ^a erige perpendi- ^a 11. 1.
 culares CA. DB. æquales
 ipsi AB. jungaturque recta CD.
 & factum est quod petitur.

Prob. ^b Anguli A. & B. sunt ^b Ex
 recti: ergo rectæ AC. BD. sunt ^{const.}
^c parallelæ. Utraque ^d est æqualis ^d Ex
 ipsi AB. ergo & inter se: ^c ergo ^{const.}
 & AB. & CD. parallelæ, sunt ^c 33.
 æquales: ergo AC. CD. DB.
 sunt æquales, & figura est paral-
 lelogramma: cumque anguli A.
 & B. sint recti, ^f erunt etiam op- ^f 34. 1.
 positi C. & D. recti. Ergo
 ABDC. est quadratum. Q. E. F.

78 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO XLVII.



Tb. 33. In rectangulo triangulo BAC .
quadratum BD . quod à latere BC .
rectum angulum BAC . subten-
dente describitur; æquale est qua-
dratis BG . GH . quæ à lateribus
 BA . AC . rectum angulum BAC .
continentibus, describuntur.

a 31. I. **P**rob. Ex puncto A . duc
a rectam AL . parallelam ipsi
 BE . & junge rectas, AD . BI .
Triangula ACD . ICB . se ha-
bent juxta 4. nam latera CD . CA .
sunt

LIBER PRIMUS. 79

sunt æqualia ipsis CB . CI . & anguli contenti ICB . ACD . æquales: cum anguli ICA . BCD . sint ^b recti & angulus ACB . ^{b 30.} ^{Def.} communis: ergo triangu-
la ACD .

BCI . sunt æqualia. Sed triangulum ACD . est ^c dimidium paral- ^{c 41. r.} lelogrammi LC . cum sint supra eandem basim CD . & inter easdem parallelas AL . CD . & triangulum ICB . dimidium est quadrati CH . ob eandem causam. ^d Ergo quadratum CH . est æqua- ^{d 6.} ^{Ax.} le parallelogrammo LC . cum eorum dimidia sint æqualia.

Jam ducantur rectæ AE . FC . Triangula FB C . AB E . sunt æqualia, cum se habeant juxta 4. & triangulum ABE . est dimidium parallelogrammi BL . sicut triangulum FB C . dimidium quadrati B G . ergo quadratum B G . est æquale parallelogrammo BL . Totum ergo quadratum BD . æquale est quadratis B G . CH . Q . E . D .

SCHOLIUM.

Nobilissimum hoc Pythagoræ inventum præter infinitas utilitates, quas per universam Mathesin spergere nemo inficiabit, Methodum nobis tradit.

1. *Ex datis duobus quibuscunque lateribus in triangulo rectangulo reliquum latus invenire. Nimirum si AB. 6. partium AC. 8. erit BC. 10. nam si quadratum AB. 36. addatur ad quadratum AC. 64. summa erit 100. ex quo extracta radix erit 10. ipsum latus quasi-
tum BC.*

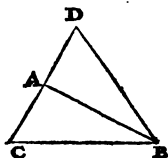
*Vel si BC. fit 10. AB. 6. erit AC. 8. quoniam si à quadrato BC 100. subtrahatur quadratum AB. 36. relinquitur 64. cujus radix est latus quasi-
tum AC.*

2. *Additionem & subtractionem quadratorum, qua differentiam inter datarum linearum quadrata ostendit.*

3. *Cum ex tribus rectis lineis 3. 4. 5. partium vel ex aliquo per alios numeros multiplicatis, non nisi triangulum rectangulum constitui potest (quod occasionem Pythagoræ de hoc invento dedisse plurimi contendunt) in ipsis campis semper poterimus funiculo conficiens jam dictum triangulum pythagoricum, angulum rectum determinare.*

PRO-

LIBER PRIMUS. 81
PROPOSITIO XLVIII.



*Si quadratum quod Th. 34.
à C B. uno laterum
trianguli CAB. descri-
bitur, æquale sit iis
qua à reliquis duobus
trianguli lateribus
AB. AC. describuntur
quadratis : angulus*

*C A B, contentus sub reliquis duobus
trianguli lateribus AB. AC. rectus est.*

Prob.^a Ducatur ex A. ipsi AB. ^a 11. x.
perpendicularis AD. ipsi AC.
æqualis, jungaturq; recta DB. hoc
posito sic dico. Angulus D A B.
^b rectus est, ^c ergo quadratum rectæ ^b Ex
D B. æquale est quadratis rectæ ^{const.}
rum AB. AD. vel AC. Sed qua- ^c 47. x.
dratum ipsius C B. ex hypoth. æ-
quale est quadratis earundem CA.
AB. ^d ergo rectæ C B. B D. sunt ^d r.
æquales. Ergo triangula C A B. ^{ax.}
ADB. habent tria latera æqualia,
^e & angulos qui æqualibus lateri- ^e 8. r.
bus respondent æquales. Ergo si
angulus D A B. rectus est, erit
etiam rectus C A B. cum latera
D B. B C. sint æqualia. Q. E. D.
SCHO-

SCHOLIUM.

Quamquam omnes propositiones in libris Euclidis suam per Universam Mathesin obtineant Usus, nihilominus ob frequentiore allegationem, quasdam esse seligendas nullus dubito, quarum catalogum, ut hic, post omnes sequentes, apponam libros.

Libri primi Insigniores propositiones. 4. 5. 6. 13. 15. 26. 29. 31. 32. 36. 37. 38. 41. 47. quibus à nonnullis annumerantur 18. 19. 20.

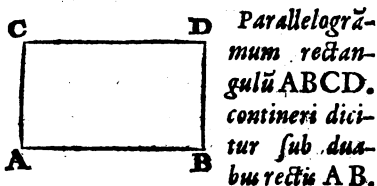
Problemata porro passim per totum librum primum dispersa, ad exercitium regula ac circini minimè negligenda sunt; cum in subsequentiis constructionum facilitatem pareant.

EVCLI-

E V C L I D I S E L E M E N T U M I I.

D E F I N I T I O N E S

I.



B D. quæ rectum angulum A B D. comprehendunt.

Quemadmodum in circulo cognita diametro, tota ejus area cognoscitur, sic expressis duabus lineis quæ angulum rectum continent in parallelogrammo rectangulo, statim tota ejus quantitas intelligitur, nimirum latitudo & longitudo.

Observe 1. Illud parallelogrammum dici rectangulum quod
unum

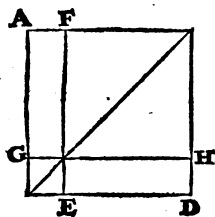
unum habet angulum rectum. Si
^a 29. I. enim unus est rectus ^a ^b erunt &
^b 34. I. reliqui recti.

Observe 2. In sequentibus nomine rectanguli, Euclidem semper intelligere parallelogrammum rectangulum, licet vis nominis id non exigat.

3. Geometras omne parallelogrammum exprimere duas tantum nominando literas, quæ per diametrum opponuntur. Ut appositum parallelogrammum appellant. A D.

4. Cognitis lateribus rectanguli, inveniri ejus aream ex multiplicatione numeri unius lateris in numerum alterius lateris circa eundem angulum. Similiterque cognita area rectanguli & uno latere, inveniri alterum latus si dividatur numerus areæ per numerum lateris dati, quotiens enim erit latus quæsitum.

II.



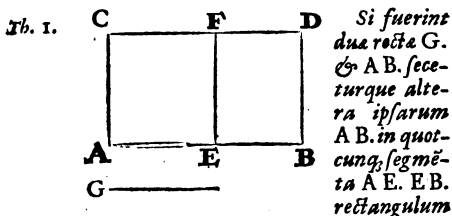
Omnis parallelogrammi spatii unumquodlibet eorum qua circa diametrum illius sunt, parallelogramorum, cum duobus complementis, gnomon vocetur.

In parallelogrammo A D. parallelogrammum G E. cum duobus complementis G E. E H. vocetur *γνομώνη*, quod Latinè normam sonat, ejus enim speciem nobis exhibet.

H

PRO-

PROPOSITIO I.



*Si fuerint
dua recta G.
& AB. seceturque alte-
ra ipsarum
AB. in quot-
cunq; segmē-
ta AE. EB.
rectangulum*

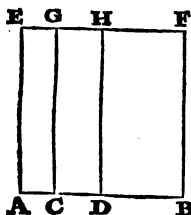
*CB. comprehensum sub duabus rectis AC.
insectâ hoc est G. & AB. sectâ, aequale
est rectangulis CE. FB. qua sub insectâ
CA. & quolibet segmentorum AE. EB.
comprehenduntur.*

a 11. & 3. 1. **P**rob. Ex punctis A. & B. erige a per-
pendiculares AC. BD. æquales datæ
G. & ducatur recta CD. sicque fiat
ex lineis CA. hoc est G. & AB. rectan-
gulum CB. Rectam AB. utcunque di-
d 31. 1. vide in E. & fiat d EF. parallela & æqua-
& 3. 1. lis ipsi AC. erunt CE. FB. rectangula.
e 29. 1. Nam angulus FEB. rectus est e quia
f 28. 1. æqualis ipsi A. & consequenter f reliqui
g 34. 1. anguli recti, & latera g lateribus opposi-
tis æqualia. Hæc autem duo rectangula
CF. BF. simul sumpta sunt æqualia to-
tali BC. hoc est partes toti. Q. E. D.

Idem patet in numeris, puta 6. & 2.
divide 6. in 2. & 4. dico 12. numerum
productum ex 6. in 2. æqualem esse duo-
bus numeris 4. & 8. qui fiunt ex multi-
plicatione duorum in duo, & in quatuor.

PRO-

PROPOSITIO II.



Si recta linea Tb. 2.

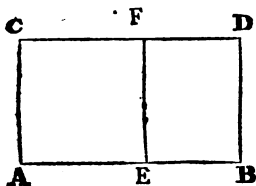
*A B. secta sit ut-
cunque puta in
C. & D. Rectan-
gula E C. G D.
H B. comprehen-
sa sub tota A E.
hoc est A B. &
quolibet segmen-
torum A C. C D.*

*BD. æqualia sunt, quadrato A F. quod à
tota A B. fit.*

Prob. Ex A B. fiat a quadratum E B. a 46. i.
ex C. & D. erigantur b C G. D H. b 31. i.
parallelæ & æquales ipsi A E. hoc & 3. i.
posito, erit rectangulum E C. compre-
hensum sub tota A E. c hoc est A B. & c 30.
segmento A C. & eodem modo rectan- Def.
gula G D. H B. sub tota & utrolibet
segmentorum. Cum ergo rectangula
E C. G D. H B. sint partes omnes suo
toti quadrato A F. æquales, patet rectan-
gula comprehensa sub A E. hoc est A B.
& segmentis A C. C D. D B. æqualia esse
quadrato lineæ A B. Q. E. D.

In numeris divide 10. in 7. & 3. dico
70. & 30. qui producuntur ex multipli-
catione 10. in 7. & in 3. æqualia esse
100. quadrato numeri 10.

PROPOSITIO III.



*Th. 3. Si recta linea AB. secta sit ut-
cunque in E. Rectangulum CB.
sub tota AB. & uno segmentorum
AC. hoc est AE. comprehensum,
æquale est rectangulo FB. quod sub
segmentis BE. FE. hoc est BA.
comprehenditur, & quod à prædicto
segmento AE. describitur quadra-
to CE.*

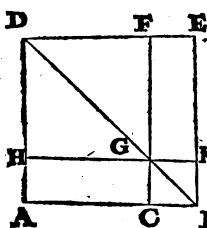
Prob. Datam AB. secō utcun-
que in E. ex punctis A. E. B.
 a 11. I. erigo ^a perpendiculares AC. EF.
 b 31. I. BD. parallelas ^b inter se & æqua-
 & 3. I. les segmento AE. tum ducō
 rectam à puncto C. ad D. quæ
 c 33. I. erit parallela ^c ipsi AB. Hoc po-
 sito sic dico, AC. est æqualis
 d ipsi

^d ipsi AE. ergo rectangulum AD. ^d Ex
 est comprehensum sub tota AB. ^{const.}
 & uno segmentorum AC. hoc est
 AE. Rursus FE. est ^d æqualis
 ipsi EA. ergo rectangulum FB.
 est comprehensum sub segmento
 BE. EF. hoc est AE. Denique
 parallelogrammum AF. quadra-
 tum est cum AC. EF. sint
 perpendiculares & æquales ipsi
 AE. Ergo cum rectangulum
 AD. æquale sit quadrato AF. &
 rectangulo FB. patet rectangu-
 lum sub tota AB. & segmento
 AE. æquale esse rectangulo com-
 prehenso sub segmentis AE. EB.
 & quadrato prædicti segmenti
 AE. Q. E. D.

In numeris divide 10. in 7. &
 3. numerus 70. productus ex 10.
 in 7. æqualis est numero 21. qui
 ex 7. in 3. producitur; una cum
 49. quadrato prioris partis 7.

PROPOSITIO IV.

Th. 4.



Si recta linea
A B. secta sit
utcumque, in C.
quadratum AE.
quod à tota AB.
describitur, æ-
quale erit qua-
dratis HF. CK.
quæ à segmentis
AC. CB. descri-
buntur, & ei

rectangulo quod bis sub segmentis A C.
C B. comprehenditur nempe rectangulis
A G. G E.

- a 46. I. **P**rob. Super datam A B. fiat a qua-
dratum A E. duc diametrum D B.
b 31. I. ex C. fiat C F. parallela b recta B E.
secans diametrum in G. per quod age
H K. parallelam b ipsi A B. hoc posito
sic dico. Trianguli A B D. latera A D.
A B. sunt æqualia. ergo anguli A D B.
d 5. I. ABD. sunt d æquales, ergo e semirecti,
e 32. I. cum angulus A. sit rectus. Idemque
f 29. I. dicendum de triangulo E D B. Rursus
angulus D F G. rectus f est, angulus
F D G. ostensus est semirectus, ergo an-
gulus F G D. ctiam g semirectus est,
g 32. I. ergo latera D F. F G. sunt h æqualia:
h 6. I. sed ipsis etiam sunt æqualia i latera op-
i 34. I. posita D H. H G. ergo parallelogram-
l 30. mum F H. quadratum l est. Eadem de
Def. causa

causa quadratum erit CK . ergo HF .
 CK . quadrata sunt segmentorum AC .
 CB . cum latus HG . sit æquale, ipsi AC .
 Similiter rectangula AG . GE . conti-
 nentur sub segmentis AC . CB . quia
 CG . GK . sunt æquales ipsi CB . cum CK .
 sit quadratum : sic etiam GF . est æqua-
 lis rectæ HG . ob quadratum HF . hoc
 est rectæ AC . Igitur cum quadratum
 AE . sit æquale quadratis HF . CK . &
 rectangulis AG . GE . verum est quadra-
 tum AE . super datam AB . æquale esse
 quadratis segmentorum AC . CB . &
 rectangulo comprehenso sub iisdem
 segmentis, bis sumpto. Q. E. D.

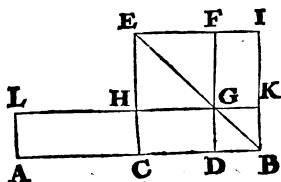
Si dividatur 6. in 4. & 2. quadratum
 6. hoc est 36. æquale est quadratis par-
 tium 4. & 2. hoc est 16. & 4. una cum
 rectangulo bis sumpto ex numero 4. in
 2. quod profert 8.

Coroll. 1. Hinc manifestum paralle-
 logramma circa diametrum quadrati
 esse quadrata.

Coroll. 2. Diametrum quadrati divi-
 dere ejus angulos bifariam.

Coroll. 3. Si recta linea bifariam se-
 cetur quadratum totius lineæ æquari
 quatuor quadratis ex dimidia.

PROPOSITIO V.



Th. 5. Si recta linea AB. secetur in equalia in C. & non equalia in D. Rectangulum LD. sub inequalibus totius AD. segmentis AD. DG. hoc est DB. comprehensum, una cum quadrato HF. ab intermedia sectionum CD. equale est quadrato CI. quod à dimidia CB. describitur.

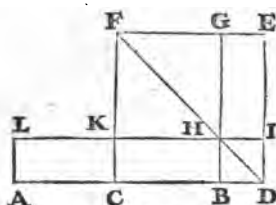
Prob. Super dimidia CB. fiat,
 a 46.1. ^a quadratum CI. ductaque
 b 31.1. diametro BE. agatur ^b per D.
 recta DF. ipsi BI. parallela: Ex
 eadem recta BI. sume BK. æqua-
 lem ipsi DB. & per punctum K.
 agatur KL. ipsi AB. parallela,
 ut

ut & A L. parallela ipsi B K.
 hoc posito sic dico. Rectangu-
 lum C G. ^d æquatur rectan- ^d 43. r.
 gulo G I. igitur addito com-
 muni ^e quadrato D K. erit C K. ^e *Corr.*
 rectangulum æquale rectangu- ^{2. præ-}
 lo D I. sed A H. ^f æquatur ^f 36. r.
 rectangulo C K. ergo A H.
 & æquatur D I. si itaque addatur ^g *Ax.*
 commune C G. erit rectangulum ^{1. l.}
 A G. æquale gnomoni I G C.
 quare cum gnomon I G C. cum
 quadrato ^e H F. intermediæ ^e *Corr.*
 sectionum æquatur quadrato C I. ^{2. præ-}
 erit quoque rectangulum A G.
 cum prædicto quadrato H F.
 æquale quadrato C I. à diuidia.
 Q. E. D.

Divide 10. æqualiter in 5. &
 5. inæqualiter in 7. & 3. eritque
 numerus 21. ex 7. in 3. una cum
 quadrato numeri intermedi 2.
 quod est 4. æquale quadrato di-
 midii 5. hoc est numero 25.

P R O-

94 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO VI.



Th. 6. Si recta linea AB. secetur bifariam in C. eique recta quadam BD. in rectum adjiciatur, rectangulum AI. comprehensum sub tota AB. cum adjecta BD. & sub adjecta DI. hoc est BD. una cum quadrato KG. à dimidia KH. hoc est CB. æquale est quadrato CE. à linea CD. quæ tum ex dimidia CB. tum ex adjuncta BD. componitur tanquam una linea, descripto.

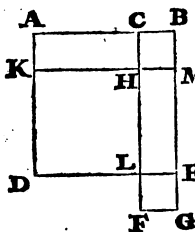
a 46. I. **P**rob. Super rectam CD. ^a fiat quadratum CE. per B. age
b 31. I. BG. parallelam ^b ipsi DE. sume DI. æqualem ipsi DB. & ex I. age IL. parallelam & æqualem ipsi DA. jungaturque recta LA. quo

quo facto sic dico. Rectangula
 LC. KB. sunt inter easdem paral- b 36.1.
 lelas & supra æquales bases, b ergo c 45.1.
 æqualia. Eidem KB. c æquale est
 complementum HE. ergo erit &
 HE. æquale ipsi LC. & additis
 communibus CH. BI. gnomon
 GHK. æqualis erit toti rectan-
 gulo AI. quod continetur sub tota
 AB. cum adjecta BD. & sub ad-
 jecta DI. hoc est BD. Jam vero
 gnomon GHK. adjecto quadra-
 to KG. partis dimidiæ KH. d hoc d 34.1.
 est CB. est æqualis quadrato ipsius
 CD. composito ex dimidia cū ad-
 juncta. Ergo parallelogrammū AI.
 adjecto eodem quadrato KG. fiet
 æquale eidē quadrato CE. Q. E. D.

In numeris 10. secetur bifariam
 in 5. & 5. addatur ei numerus 2.
 numerus 24. qui producitur, ducto
 composito 12. in adjunctum 2.
 una cum quadrato 25. quadrato
 dimidii æqualis est 49. quadrato
 numeri 7. qui ex dimidio 5. &
 adjecto 2. componitur. PRO-

PROPOSITIO VII.

7b. 7.



Si recta li-
nea AB. sece-
tur utcunque
in C. qua-
drata totius
& utriusvis
segmenti CB.
simul sumpta,

hoc est AE. EF. equalia sunt bis
sumpto rectangulo AM. quod sub
tota AB. & sub dicto segmento CB.
continetur, cum addito KL. alte-
rius segmenti AC. quadrato.

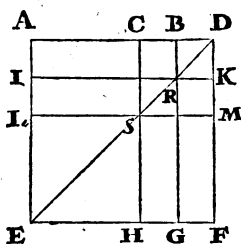
a 46.1. **P**rob. Super AB. ^a fiat qua-
dratum AE. sume BM. æqua-
lem ipsi CB. ducantur CL. MK.
parallelæ ipsis BE. AB. produc
BE. in G. sic ut EG. sit æqualis
c 2. ipsi BM. ^c hinc erit MG. æqua-
Ax. lis ipsi BE. fiat quadratum EF.
hoc posito : quadratum totius
AB. quod est AE. cum quadrato
segmen-

segmenti CB . ^d hoc est EF . ^{d Ex const.}
 æqualia sunt reſtangulis AM .
 MF . (quæ ſunt ſub tota AB . &
 ſegmento BC . cum BM . ſit ipſi
 BC . æqualis; & in reſtangulo
 MF . latera MG . FG . ſint æ-
 qualia ipſis BE . BM . hoc eſt
 AB . CB .) una cum quadrato
 alterius ſegmenti AC . quod eſt
 KL . totum videlicet partibus
 omnibus eſt æquale. Q. E. D.

Divide 6. in 4. & 2. quadra-
 tum totius 6. nempe 36. una
 cum quadrato ipſius 2. hoc eſt 4.
 æqualia ſunt numero 40. qui fit
 ex numero 6. bis ducto in 2. hoc
 eſt 24. una cum quadrato alterius
 partis 4. quod eſt 16.

PROPOSITIO VIII.

Th. 8.



*Si recta li-
nea AB. se-
cetut utrun-
que in C.
rectangulum
quater com-
prehensū sub
tota AB. &
uno segmen-
torum BR.
hoc est BC.*

*cum eo, quod à reliquo segmento AC.
hoc est LS. fit, quadrato LH. aequale
est quadrato AF. quod à tota AB. &
dicto segmento BD. hoc est BC. tan-
quam ab una AD. describitur.*

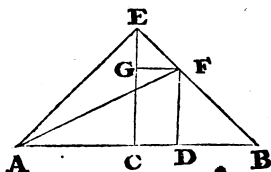
Prob. Rectæ AB. sectæ in C.
adjiciatur in rectum BD. ipsi
BC. æqualis. Super tota AB. &
adjuncta BD. hoc est super AD.

a 46. I. fiat^a quadratum ED. ex punctis B.
& C. duc rectas BG. CH. ipsi
DF. parallelas, acceptisque DK.
KM. ipsis DB. BC. æqualibus,
duc rectas KI. ML. ipsi DA.
parallelas. Hoc posito sic dico,
circa R. constituta sunt quadrata
quatuor, quorum latera omnia
ipsi

ipsi B C. sunt ^a æqualia. Ducta ^a *Corr.*
 diametro E D, complementa ^{2. 4.}
 AR. RF. ^b sunt æqualia, suntque ^b *hujus.* 31.1.
 rectangula sub toto A B. & B R.
 hoc est segmento B C. Eodem-
 que modo I S. S G. sunt comple-
 menta æqualia, quibus si addas
 quadrata æqualia S R. B K. fient
 rectangula duobus præcedentibus
 æqualia, cum sint inter easdem
 parallelas & æquales bases: ergo
 quatuor illa rectangula sunt sub
 tota & uno segmento. Quod si
 quatuor illis rectangulis addas
 quadratum L H. alterius segmenti
 L S. hoc est A C. illa omnia simul
 sumpta erunt æqualia quadrato
 E D. quod fit supra A D. Q. E. D.

Si 6. secetur in 4. & 2. duca-
 turque quater numerus 6. in 2.
 fient 48. & addatur quadratum
 ipsius 4. hoc est 16. fiet nume-
 rus 64. æqualis quadrato ipsius 8.
 qui numerus componitur ex
 toto 6. & parte 2.

PROPOSITIO IX.



Th. 9. Si recta linea AB. secetur in equalia in C. & non equali- in D. quadrata quæ ab inequalibus segmentis AD. DB. fiunt, dupla sunt, eorum quæ à dimidia AC, & ab intermedia CD. fiunt.

Prob. Ex C. erigatur CE. perpendicularis ipsi AB. & æqualis ipsi CA. vel CB. ducanturque rectæ EA. EB. Deinde ex D. erigatur DF. ipsi EC. parallela secans EB. in F. & fiat recta FG. ipsi CD. parallela, ducaturque recta AF. hoc posito: Trianguli a Isoscelis ACE. anguli A. & E. sunt b æquales c & semirecti, cum angulus b 5. 1. ACE. sit rectus. Idem dicendum de c 32. 1. triangulo ECB. ergo totus angulus AEB. rectus est. Jam in triangulo EGF. angu-

a Ex
const.

b 5. 1.

c 32. 1.

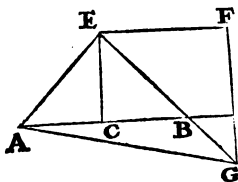
LIBER SECUNDUS. 101

angulus G. d æqualis est angulo E C B. d 29.1.
 a ergo rectus, ergo anguli E. & F. b æ-
 quales c quia angulus E. semirectus est:
 e ergo latera G E. G F. æqualia. Unde e 6. 1.
 cum G F. æquatur ipsi C D. erit quo- f 34. 1.
 que G E. æqualis C D. Simili argu-
 mento probatur D F. æqualis ipsi D B.
 Jam quadratum rectæ A F. g æquale g 47. 1.
 est quadratis segmentorum inæqualium
 A D. D F. hoc est D B. Rursus qua-
 dratum rectæ A F. g æquale est qua-
 dratis A E. E F. Est autem A E. æqua-
 le ipsis A C. C E. atque adeo duplum
 quadrati quod fit à dimidia A C. Et
 quadratum E F. æquale est quadratis
 E G. G F. atque adeo duplum qua-
 drati quod fit à segmento medio G F.
 seu C D. quare quadrata quæ fiunt ab
 inæqualibus segmentis A D D B. du-
 pla sunt eorum quæ à dimidia A C. &
 ab intermedia sectione fiunt. Q. E. D.

Divide 10. in 5. & 5. & in 7. & 3.
 media sectio 2. quadrata 49. & 9. par-
 tium inæqualium 7. & 3. sunt duplum
 quadratorum 25. & 4. & partis dimi-
 diæ 5. & sectionis 2.

102 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO X.

Tb. 10.



*Si recta
AB. se-
cetur bi-
sariam
C. eique
adjicia-*

*tur in directum recta BO. quod à
tota cum adjuncta AO. & quod ab
adjuncta BO. utraque simul qua-
drata, dupla sunt quadrati à dimi-
dia AC. & ejus quod à composita
ex dimidia CB. & adjuncta BO.
tanquam una describitur.*

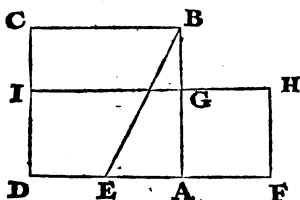
Prob. Ex C. erigatur perpendi-
cularis CE. æqualis ipsi AC.
jungatur rectæ AE. EB. ex E.
fiat EF. parallela ipsi CO. per O.
ducatur OF. parallela ipsi CE.
occurrent rectæ EB. in G. jun-
gaturque recta AG. In triangulo
ACE. latera AC. EC. sunt æ-
qualia, & angulus ad C. rectus:
ergo reliqui semirecti: itidemque
in triangulo ECB. Similiter in
trian-

triangulis EFG. & BOG. latera EF. FG. ac BO. GO. sunt \propto ^a 6. \propto qualia, quia ang. ad O. rectus & B. semirectus unde reliqui semirecti & \propto quales.

Quare cum in triangulo AOG. angulus ad O. rectus est: erit quadratum rectæ AG. \propto quale ^b quadratis rectarum AO. & OG. ^b 47. I. hoc est BO. rursus in triangulo AEG. angulus ad E. rectus est constans ex duobus semirectis: ergo quadratum ipsius AG. \propto quale est quadratis AE. & EG. Est autem AE. duplum quadrati AC. & EG. duplum quadrati EF. vel FG. ergo etiam quadrata AO. & BO. dupla sunt ipsorum AC. & CO. Q. E. D.

Numerus 10. secetur in 5. & 5. cui addantur 3. quadrati 169. & 9. numerorum 13. & 3. dupli sunt numerorum quadratorum 25. & 64. qui ex numeris 5. & 8. gignuntur.

PROPOSITIO XI.



Prob. I. Datam rectam AB . ita secare in G . ut rectangulum CG . comprehensum sub tota AB . & sub uno segmentorum GB . sit aequale alterius segmenti AG . quadrato GF .

Praxis. Ad punctum A . excita perpendicularem AD . æqualem datæ AB . eam seca bifariam in E . duc rectam EB . & ipsi æqualem EF . producendo EA . Ex AB . abscindo AG . æqualem AF . & factum erit quod quæritur.

Prob. Supra datam AB . perfice quadratum AC . & supra rectam AF . quadratum FG . & rectam HG . produc in I . hoc posito sic dico. Recta DA . ^a secta est bifariam

^a Ex
const.

fariam in E. eique in directum
 adjecta est AF. ^b ergo rectan- ^b 6. 2.
 gulum FI. quod factum est sub
 tota DF. & FH. hoc est FA. una
 cum quadrato mediæ EA. æqua-
 le est quadrato EF. hoc est EB.
 Jam quadratum EB. ^c æquale est ^c 47. 1.
 quadratis AB. AE. ergo quadra- ^{Tb. II.}
 ta AB. AE. sunt æqualia rectan-
 gulo FI. cum quadrato EA.
 Ergo si commune quadratum
 AE. tollas, rectangulum FI re-
 manebit æquale quadrato ipsius
 AB. hoc est AC. Quod si ab
 æqualibus AC. FI. tollas com-
 mune AI. remanebit CG. rectan-
 gulum sub tota CB. hoc est BA.
 & altero segmentorum GB.
 æquale quadrato GF. quod fit à
 reliqua parte GA. Q. E. D.

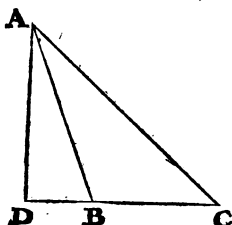
S C H O L I U M.

*Hac propositio numerus explicari ne-
 quit & idem denotat, quod tertia definitio
 libri sexti de media ac extrema alicujus
 linea sectione.*

P R O-

PROPOSITIO XII.

Th. II.



In ambly-
gonio trian-
gulo ABC.
quadratum
lateris AC.
angulum B.
obtusū sub-
tendentis ,

quadrata laterum BA. BC. an-
gulum obtusum comprehendentium ,
superat bis sumpto rectangulo sub la-
tere BC. & sub ipsa BD. in di-
rectum ei addita usque ad occursum
perpendicularis ab A. altero angulo
acuto cadentis.

Prob. Demitte perpendicula-
rem ex A. & rectam CB.
produc usque dum ei occurrat in
D. Quia recta CD. divisa est
a 4. 2. utcunque in B. ^a est quadratum
ipsius CD. æquale quadratis
rectarum DB. BC. cum duobus
rectan-

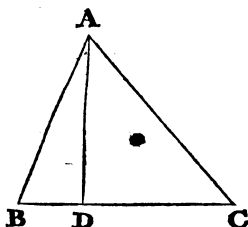
rectangulis sub DB. BC. addatur
 ergo utrimque quadratum rectæ
 DA. erunt quadrata CD. DA. *per 47.*
 æqualia tribus quadratis CB. BD.^{i.}
 DA. cum duobus illis rectangu-
 lis, atqui quadratum rectæ AC.
 est æquale quadratis ipsarum CD.
 DA. & quadratum ipsius AB.
 est æquale quadratis ipsarum BD.
 DA. ergo quadratum rectæ AC.
 est æquale duobus quadratis CB.
 BA. cum duobus illis rectangulis.
 Superat ergo AC. duo quadrata
 duobus istis rectangulis sub CB.
 in DB. Q. E. D.

S C H O L I U M.

*Hinc fluit generalis illa geometrarum
 regula ex tribus amblygonii trianguli la-
 teribus segmentum DB. inveniendi: ni-
 mirum ex quadrato AC. subtr. summa
 quadratorum AB. & BC. reliquum di-
 visum per duplum baseos CB. exhibebit
 ipsum DB.*

P R O-

PROPOSITIO XIII.



Th. 12. In Oxygonio triangulo ABC. quadratum lateris AB. angulum C. acutum subtendentis superatur à quadratis laterum CA. CB. eundem comprehendentium, bis sumpto rectangulo sub latere CB. & sub assumpta interiùs linea DC. usque ad occursum perpendicularis ab A. altero angulo acuto cadentis.

Prob. Demitte perpendicularē AD. Recta BC. divisa est utcunque in D. ergo per 7. 2. quadrata rectarum BC. DC. æqualia sunt rectangulis duobus sub BC. CD. & quadrato reliqui segmen-

segmenti B D. Adde utrisque commune quadratum rectæ D A. sic tria quadrata B C. D C. D A. æqualia sunt quadratis duobus B D. D A. & rectangulis duobus sub B C. D C. Nunc quadratis duobus D C. D A. ^a æquale est ^a 47.1. quadratum A C. Ergo duo quadrata rectarum B C. C A. æqualia sunt rectangulo bis sumpto sub B C. D C. & quadratis B D. D A. hoc est quadrato A B. Ergo quadratum rectæ B A. minus est quadratis A C. C B. rectangulo bis sumpto sub rectis B C. D C. Q. E. D.

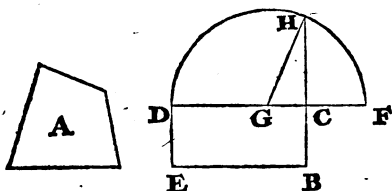
S C H O L I U M.

Hinc altera Generalis regula Geometrarum constat in triangulo acutangulo ex tribus lateribus invenire segmentum basis, scil. adde quadr. A C. ad quadr. B C. subtrahatur ex summa quadr. A B. reliquum dividatur per duplum baseos B C. & proveniet D C.

K

P R O-

110 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO XIV.



76. 13. Dato rectilineo A. æquale quadratum CH. constituere.

Per 45. 1. fiat rectangulum B D. æquale rectilineo A. si rectanguli latera sint æqualia, erit quadratum quod petitur. Si inæqualia, producas unum, puta DC. in F. sic ut CF. æqualis sit ipsi CB. seca bifariam DF. in G. & centro G. spatio DG. duc circum-
lum DHF. produc latus BC. in H. quadratum quod fit ex CH. erit æquale rectangulo CE.

Prob. Recta DF. secta est æqualiter in G. & non æqualiter
a 5. 2. in C. ^a ergo rectangulum CE. sub inæqualibus segmentis DC. CB.
hoc

LIBER SECUNDUS. III

hoc est CF . una cum quadrato
 segmenti medii GC . æqualia sunt
 quadrato rectæ GF . ^{b 15.} hoc est
 GH . sed quadratum GH . ^{Def. 1.} æqua-
 le est quadratis GC . CH . & con-
 sequenter quadrata GC . CH .
 æqualia sunt rectangulo CE . &
 quadrato GC . Ergo si tollas
 commune quadratum GC . re-
 manebit quadratum rectæ CH .
 æquale rectangulo CE . hoc est
 rectilineo A . quod erat facien-
 dum. ^{c 47.1.}

M O N I T U M.

In superioribus, frequenter ad-
 hibui numeros: cum tamen in
 demonstrationibus geometricis
 sæpe usui esse non possint; quia
 irrationales & incommensurabiles
 quantitates non explicant. Sed
 nota 1. Semper in omnibus præ-
 poni geometricas demonstratio-
 nes. 2. Non recipi quidem debe-
 re numeros in demonstrandis ir-

rationalium aut incommensurabilium quantitatum habitudinibus & affectionibus, quæ sola quantitate continua cognoscuntur: verum nemo negarit in demonstrationibus quantitatis continuæ majoris lucis gratia, & explicandæ clarius propositionis, nos posse uti numeris, modo eos non accipiamus pro fundamento rationis. Unde robur suum non accipit demonstratio à numeris, sed lucem tantum. Et vero iis usus est Archimedes proposit. 2. de circuli dimensione & post eum omnes passim geometræ.

N O T A.

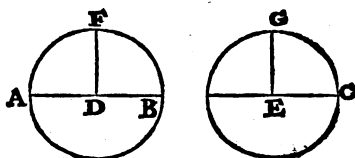
*Hujus libri selectæ propositiones sunt 5.
6. 12. 13.*

EUCLI-

EVCLIDIS ELEMENTUM III.

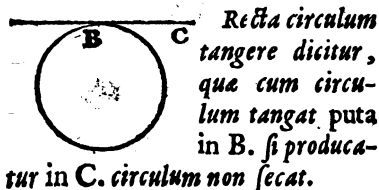
DEFINITIONES

I.



Æquales circuli sunt, quorum diametri A B. B C. sunt æquales: vel quorum, quæ ex centris D. & E. recta linea D F. E G. sunt æquales.

II.

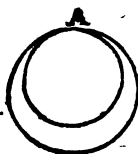


Recta circulum tangere dicitur, quæ cum circulum tangat puta in B. si producat in C. circulum non secat.

K 3

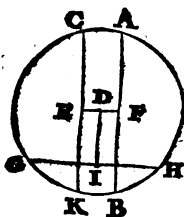
III.

III.



Circuli se mutuo tangere dicuntur qui sese mutuo tangentes ut in A. sese mutuo non secant.

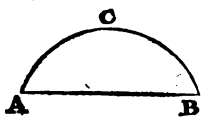
IV.



In circulo, aequaliter distare à centro recta dicuntur, cum perpendiculares DE. DF. à centro D. ad ipsas AB. CK. ducta aequales sunt; longius autem abesse dicitur GH. in quam major perpendicularis DI. cadit.

V.

V.



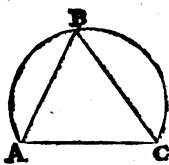
*Segmentum
circuli, est fi-
gura qua sub
recta A B. &
circuli peripheria A C B. compre-
henditur.*

VI.



*Segmenti au-
tem angulus est
C A B. qui sub
recta linea A B.
& circuli peripheria C A. compre-
henditur.*

VII.

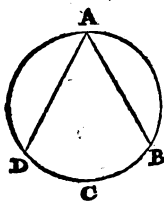


*In segmento
autem angulus est
puta ABC. cum
in segmenti cir-
cumferentia sum-
ptum fuerit pun-
ctum quodpiam B. & ab eo in ter-
minos recta A C. segmentum ter-
minantes, linea recta ut B A. B C.
fuerint ducta.*

K 4

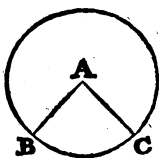
VIII.

VIII.



Cum vero comprehendentes angulum DAB . recta AD . AB . aliquam assumunt peripheriam ut BCD . illi angulus dicitur insistere.

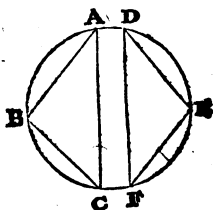
IX.



Sector circuli est, cum ad ipsius circuli centrum A . angulus BAC . fuerit constitutus: comprehensa nimirum figura & à rectis AB . AC . angulum BAC . continentibus, & à peripheria BC . ab illis assumpta.

X.

X.

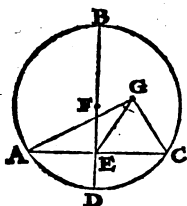


*Similia circuli segmenta sunt
ABC. DEF. quae angulos B A C.
E D F. capiunt aequales, aut in qui-
bus anguli C B A. F E D. inter se
sunt aequales.*

PRO-

PROPOSITIO I.

Prob. I.



*Dati circuli
ABC. centrum
F. reperire.*

a 10. I.

b 11. I.

Prax. Ductam A C. a divide bifariam in E. Ad punctum E. b erige perpendicularem attingentem ambitum in B. & D. hanc B D. bifariam a seca in F. punctum F. erit centrum circuli.

c 15. I.

Def.

Prob. Non est aliud punctum in recta B D. c cum centrum ibi sit tantum ubi linea secatur bifariam. Neque erit extra rectam B D. Sit enim in G. ducanturque G A. G E. G C. in triangulis G A E. G C E. Latera G A. A E. sunt d æqualia

d Ex

const.

ipsis G C. C E & G E. commune. Ergo

e 8. I.

f 10. I.

Def.

tota triangula e sunt æqualia, & anguli G E A. G E C. æquales. f Ergo angulus G E A. rectus : quod esse non potest cum ejus partialis F E A. g sit rectus.

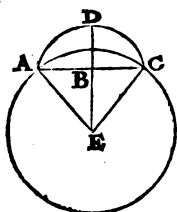
g Ex

const.

Coroll. Si linea recta in circulo aliam lineam rectam bifariam & ad angulos secat, in secante erit centrum.

P R O-

PROPOSITIO II.



*Si in peripheria Th. 1.
circuli A B C.
duo qual. puncta
A. & C. accepta
fuerint, recta
AC. qua ad ipsa
puncta adjungi-
tur, intra circulum A B C. cadet.*

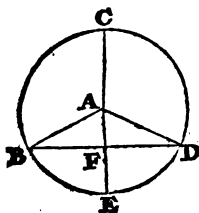
Prob. Si non cadat intra, cadat ex-
tra, sitque recta A D C. Centro E.
a reperto, ducantur rectæ E A. E C. a 1. 3.
E D. secetque E D. peripheriam in B.
quia autem trianguli E A D C. (qui recti-
lineus ab adversario ponitur) latera E A.
E C. sunt b æqualia, erunt anguli b 15.
c E A D C. E C D A. æquales. Est autem Def.
externus A D E. d major interno D C E. c 5. 1.
& per consequens quam E A D. Ergo d 16. 1.
A E. & ei b æqualis E B. e major erit e 19. 1.
quam E D. pars quàm totum. Non ergo
recta ex A. ad C. ducta, extra circulum
cadet: ergo intra. Q. E. D.

Coroll. Hinc patet lineam rectam
circulum tangentem in uno tantum
puncto tangere.

PRO-

PROPOSITIO III.

Th. 2.



*Si in circulo
C B D. recta
quadam C E.
per centrum
A. rectam
quãdam B D.
non per cen-
trum, bifa-*

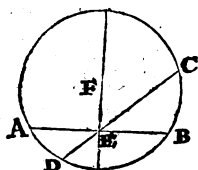
*riam in F. secet, & ad (angulos)
rectos eam secabit: Et si ad rectos
eam secet, bisariam quoque eam se-
cabit.*

- P**rob. 1. pars. Ductis à centro A.
æqualibus rectis A B A D. triangula
A B F. A F D. habent omnia latera
a 8. 1. æqualia singula singulis: a ergo anguli
b 10. 1. AFB. AFD. sunt æquales, b ergo recti.
Prob. 2. pars. Latera A B. A D. sunt
c 5. 1. æqualia: angulus A B D. c æqualis est
d Ex angulo A D B. & AFB. d ipsi AFD.
const. Ergo latera c B F. F D. sunt æqualia.
e 26. 1. Q. E. D.

Coroll. In omni triangulo seu æqui-
latero seu Iſoscele linea recta basin bifa-
riam secans, ad eandem perpendicularis
est & contra.

P R O-

PROPOSITIO IV.



Si in circulo Th. 3.

*A D B. dua
rectæ A B.*

*CD. se invicem
secant,
non per cen-*

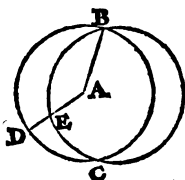
*trum F. extensa, sese bifariam non
secant.*

Prob. Si una tantum per centrum transeat & alia non:
^a ergo altera alteram non secabit ^{a 15.}
 bifariam. Si neutra transeat. Ex ^{Def. 1.}
 centro F. in punctum sectionis E. duco rectam FE. & sic
 dico. Si rectæ AB. CD. forent
 bisectæ in F. ang. FEB. & FEC.
^b forent recti & proinde æquales. ^{b 3. 1.}
 Q. E. A.

L PRO-

PROPOSITIO V.

lib. 4.



Si duo circuli DCB. ECB. sese mutuo secant in B. & C. non erit illorū idem centrum A.

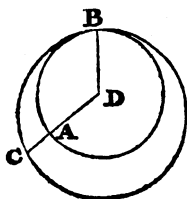
Prob. Ductæ rectæ AB. AD. erunt æquales, cū sint à centro ad circumferentiam. Rectæ etiam AE. AB. erunt æquales, ob eandem rationem ergo AE. erit æqualis ipsi AD. Q. E. A.

a 1.

Ax. 1.

PRO-

PROPOSITIO VI.

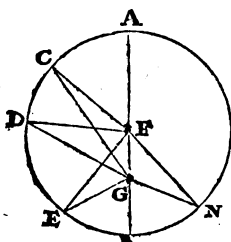


*Si duo circuli AB . CB . se
se mutuo inte-
rius tangant in
 B . eorum non
erit idem cen-
trum D .*

Prob. Ductis DB . DC . linea
 DA . est æqualis lineæ DB .
cùm sint ductæ à centro ad cir-
cumferentiam. Lineæ DC . DB .
sunt æquales ob eandem causam.
Ergo DA . DC . erunt æquales,
pars toti, quod repugnat.

124 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO VII.

Th. 6.



Si in circuli diametro AB. sumatur aliquod punctū G. quod non sit centrum circuli : &

à puncto G. quadam recta GC. GD. GE. GN. in circumulum cadant : maxima quidem erit GA. in qua centrum F. minima vero reliqua GB. aliarum vero semper ejus, quæ per centrum ducitur, propior GC. remotiore GD. major erit : solum autem duæ rectæ GE. GN. ab illo puncto G. æquales in circumulum cadunt ad utrasque (partes) minima vel maxima.

Prob. I. pars. Ductis rectis F C. F D. F E. F N. ex centro F. duo latera C F. F G. trianguli C F G. ^a majora sunt tertio C G. at hæc sunt æqualia toti G A.

a 20. I.

LIBER TERTIUS. 125

G A. ergo G A. est majus quam G C. Q. E. D.

Prob. 2. Latera E G. G F. trianguli EGF. ^a majora sunt ter- ^a 20.1.
tio E F. ergo majora sunt quàm linea F B. quæ est æqualis ipsi FE. ergo si dematur utrique communis recta G F. remanebit G E. major quam G B. Q. E. D.

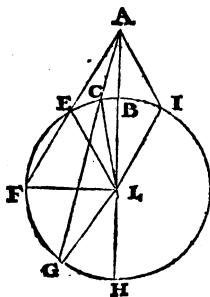
Prob. 3. Triangula C F G. D F G. habent latera F C. F D. æqualia & latus F G. commune, angulus vero C F G. major est angulo D F G. totum parte: ergo latus C G. ^b majus erit quam D G. ^b 24.1.
Q. E. D.

Prob. 4. Facto angulo GFN. æquali G F E. G N. G E. erunt ^c æquales. Nec à puncto G. aliæ ^c 4.1.
duci possunt æquales ipsis G E. G N. erunt enim semper propiores ei quæ ducitur per centrum vel remotiores, & consequenter majores vel minores, per tertiam partem hujus. Q. E. D.

L 3 PRO-

PROPOSITIO VIII.

lib. 7.



Si extra circulum BEH. sumatur punctum quodpiam A. & à puncto ad circulum ducantur rectæ quædam AF. AG. AH. quarum una quidem per centrum L. reliqua vero ut libet. In

cavam quidem peripheriam cadentium rectarum maxima (erit) qua per centrum L. (ducitur) aliarum vero semper propior (ei) qua per centrum L. remotiore major erit. In convexam vero peripheriam cadentium rectarum minima quidem est illa qua inter punctum A. & diametrum BH. (ponitur) Aliarum vero ea qua propior est minima AB. remotiore semper minor est. Dua autem tantum rectæ æquales ab eo puncto A. cadent in circulum ad utrasque partes minima AB. vel maxima AH.

Prob. 1. pars. Ductis rectis LG. LF. duo latera AL. LG. hoc est LH. a 20.1. a majora sunt tertio AG. ergo AH. major erit quam AG. Q. E. D.

Prob. 2.

LIBER TERTIUS. 127

Prob. 2. Latera AL . LG . trianguli ALG . sunt æqualia lateribus LF . LA . trianguli ALF . angulus autem ALG . major est angulo ALF . b ergo latus AG . b 24. r. majus est latere AF . Q. E. D.

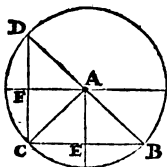
Prob. 3. Ductis rectis LC . LE . duo latera AC . LC . trianguli ACL . a ma- a 20. r. jora sunt tertio AL . demantur æqualia EB . LC . remanebit AC . major quàm BA . Q. E. D.

Prob. 4. Quia intra triangulum ALE . duæ rectæ AC . CL . junguntur: c erunt lateribus AE . EL . minores; c 21. r. demptis igitur æqualibus LC . LE . remanebit EA . major quam CA . Q. E. D.

Prob. 5. Facto angulo ALI . æquali ALE . duo triangula illa d erunt æqua- d 4. r. lia: ergo latera AI . AE . æqualia; neque alia duci potest recta, his æqualis: erit enim semper propior minimæ AB . vel remotior & consequenter e major e 21. r. vel minor per partem quartam hujus. Q. E. D.

PROPOSITIO IX.

76. 8.



*Si intra circulum
BCD. sumptum sit
aliquod punctum
A. à puncto vero
ad circulum ca-
dant plures quam
duæ rectæ æquales
AB. AC. AD. ac-
ceptum punctum,
centrum est circuli.*

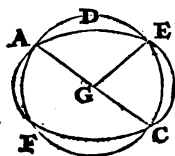
Prob. Ductis rectis BC. CD.
divisisque bifariam per rectas
AE. AF. triangula ADF. ACF.
^a erunt æqualia : ergo anguli
^a 8. I. DFA. AFC. æquales : ^b ergo
^b 10. recti : ergo in linea FA. est circuli
Def. 1. centrum. Rursus cum idem sit de
^c 1. 3. triangulis ACE. ABE. in recta
AE. erit circuli centrum. Cum
verò non sit in duobus locis, debet
esse ubi se intersecant. Q. E. D.

A L I T E R.

*A nullo puncto plures quam, duæ
rectæ ad circumferentiam duci pos-
sunt per 7. 3. ergo A. erit centrum.
Q. E. D.*

P R O-

PROPOSITIO X.



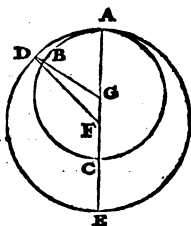
*Circulus AEF. ^{th.} 9.
non secat circu-
lum FDC. per
plura puncta
quam duo.*

Prob. Secet enim in tribus si-
vis. Circuli EFC. centro G.
^a invento, ducantur rectæ GA. ^a 1. 3.
GC. GE. quæ, quia sunt æqua-
les, & attingunt ambitum circuli
utriusque, punctum G. ^b erit ^b 9. 3.
etiam centrum circuli utriusque;
quod est absurdum per 5. hujus.

PRO-

PROPOSITIO XI.

7b. 10.



*Si duo circuli
ABC. AED.
contingant sese
interius in A.
& sumpta fue-
rint eorum cen-
tra G. & F. ad
eorum centra*

*adjuncta recta linea FA. & pro-
ducta, in contactum A. cadet circu-
lorum.*

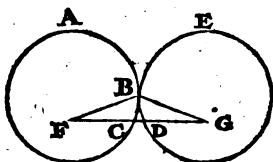
Prob. Recta FG. conjungens
eorum centra, non incidat in
contactum sed alibi in D. à
puncto G. centro circuli ABC.
ducatur recta GA. ad contactum
ut & FD. latera GD. GF. ^a ma-
jora sunt tertio FD. ergo majora
^b latere FA. dempto ergo com-
muni FG. remanebit GA. majus
latere GD. Est autem GA. æqua-
lis lateri GB. ergo GB. majus erit
quam GD. pars toto. Q. E. A.

a 20. I.

b 15.
Def.

PRO-

PROPOSITIO XII.

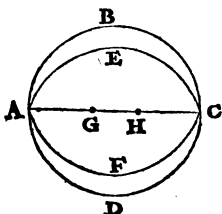


Si duo circuli ABC. EBD. ^{th. 10} contingunt se invicem exterius in B. quæ adjungitur ad eorum centra, per contactum transibit.

Prob. Si neges: sit recta FG. centra conjungens. Ductis FB. GB. latera BF. BG. ^a majora ^{a 20.1.} sunt tertio FG. sed BF. BG. sunt æqualia radiis FC. GD. ergo quoque FC. GD. majora sunt FC. CD. GD. pars totius. Q. E. A.

PRO-

PROPOSITIO XIII.

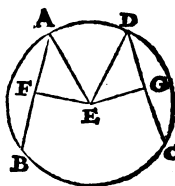


Th. 12. Circulus circulum non tangit in pluribus punctis, quam uno, sive intus, sive extra tangit.

Prob. Tangat enim in duobus, puta A. & C. centrum ^a debet esse in linea, quæ junget contactum circulorum: utriusque
^a 11. & 12. 3.
^b 6. 3. autem non ^b potest esse idem centrum. Ergo in illa recta erunt duo centra, puta G. & H. quod fieri non potest, cum linea in unico puncto, possit tantum secari bifariam.

PRO-

PROPOSITIO XIV.



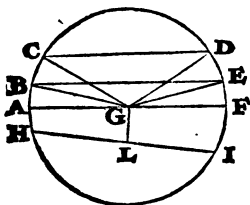
*In circulo ABC. Th. 13.
 aequales rectæ AB.
 DC. aequaliter di-
 stant à centro E.
 & aequaliter di-
 stantes à centro,
 sunt sibi invicem
 aequales.*

Prob. A centro E. in rectas AB. CD.
 duca perpendiculares EF. EG. rectæ a 12. 1.
 AB. CD. secæ b erunt bifariam. b 3. 3.
 Junctis EA. ED. quadratum rectæ ED.
 cest æquale quadratis rectarum DG. GE. c 47. 1.
 ut & quadratum AE. quadratis recta-
 rum AF. FE. Demptis ergo ab æquali-
 bus AF. FE. ipsis DG. GE. æqualium
 linearum quadratis AF. DG. remanebit
 recta EF. æqualis rectæ EG. & conse-
 quenter rectæ AB. CD. d æqualiter di- d 4.
 stant à centro. Def. 3.

Prob. 2. pars. Ex probatis quadrata
 EG. GD. sunt æqualia quadratis EF. FA.
 & quadratum EG. æquale quadrato EF.
 ergo quadratum FA. æquale est quadra-
 to GD. e ergo recta BA. æqualis est rectæ e 7.
 DC. Q. E. D. Ax. 1.

M P R O-

PROPOSITIO XV.



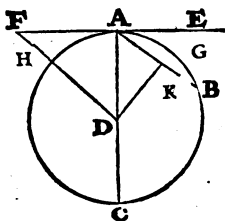
Th. 14. In circulo ABCD. maxima quidem est diameter AF. aliarum verò semper propior BE. centro G. erit major remotiore CD.

Prob. 1. pars. Ductis GB. GE. duo latera GB. GE. trianguli ^a 20.1. GBE. ^a majora sunt tertio BE. at hæc sunt æqualia diametro AF. ergo AF. major est quam BE. Q. E. D.

Prob. 2. Ductis rectis GC. GD. duo latera GC. GD. sunt æqualia lateribus GB. GE. angulus vero BGE. major est angulo CGD. ^b 24.1. ^b ergo latus BE. majus latere CD. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XVI.



Qua ab Tb. 15.

*extremi-
te diametri
A C. ad
rectos an-
gulos linea
E F. duci-
tur, cadet*

*extra circum A B C. & in lo-
cum inter ipsam E F. & circumse-
rentiam, A B C. altera recta A B.
non cadet: & semicirculi angulus
D A G B. major erit omni acuto an-
gulo rectilineo: reliquus autem
E A G B. minor.*

Prob. 1. pars. Ex centro D. du-
catur recta D H F. utcunque:
latus D F. subtendens angulum
F A D. rectum ^a majus erit D A. ^{a 19. 1.}
hoc est D H. cum itaque H. sit in
circumferentia erit F. extra. Simili
ratione de omnibus pūctis in linea
FAE. argumentari licet. Q. E. D.

M 2

Prob,

Prob. 2. pars. Ad AB. quæ inter peripheriam & rectam EF. caderet ducatur perpendicularis DK. ergo latus DA. majus erit ^{b 19. 1.} b ipsi DK. sed punctum A. est in circumferentia itaque K. & tota AB. erit intra circulum. Q E. D.

Prob. 3. Ut fieret angulus major angulo DAGB. semicirculi, deberet duci recta inter rectam EA. & peripheriam AB. quod jam probavi fieri non posse.

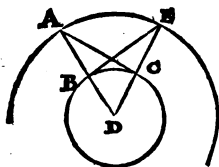
Prob. 4. Si enim aliquis angulus rectilineus constitui posset minor angulo EAGB. contactus, duceretur recta inter AE. & peripheriam AB. quod, ut jam dixi, fieri non potest.

Corollarium.

Hinc communiter elicitur recta ad extremum diametri perpendicularem, tangere circulum, & in unico puncto geometrice tangere: ^{c 2. 3.} c nam si plura tangeret, caderet c intra circulum.

P R O-

PROPOSITIO XVII.



*A dato puncto Prob. 2.
A. rectam li-
neam A C.
ducere, qua
datum tan-
gat circulum
B C D.*

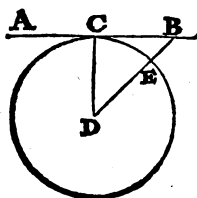
P Praxis. Centro D. spatio A. fiat pars circuli A E. ducatur recta D A. & ad punctum B. excitetur perpendicularis B E. jungaturque recta D E. à puncto A. ducatur recta A C. hanc dico tangere circulum B C D.

Prob. Triangula ADC. BED.
se habent juxta 4. 1. cum latera
DA. DE. DB. DC. sint ^a æqua- ^a 15. 1.
lia & angulus D. communis. Ergo ^{Def.}
cum angulus EBD. sit rectus,
rectus etiam erit DCA. recta
itaque AC. ^b tanget circulum. ^b 16. 3.
Q. E. F.

M 3 PRO-

PROPOSITIO XVIII.

76. 16.



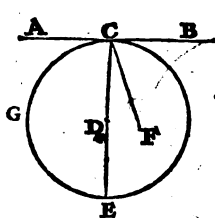
*Si aliqua
recta AB.
tangat circulum DCE.
à centro vero
D. ad conta-
ctum C. qua-*

*dam recta DC. adjungatur: ad-
juncta DC. perpendicularis erit
ad AB. qua continget.*

Prob. Si negas: fit alia, puta
DB. perpendicularis, ergo
cum, angulus B. ponatur rectus
^{a 17. 1.} erit angulus C. ^a minor recto, ergo
^{b 19. 1.} latus DC. hoc est DE. ^b majus
erit latere DB. pars toto quod est
absurdum.

PRO-

PROPOSITIO XIX.



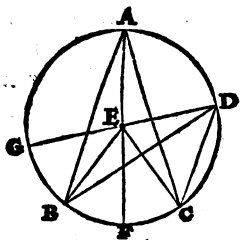
*Si circulum Th. 17.
EGC. contin-
gat aliqua recta
AB. à contactu
vero C. tangen-
ti AB. ad rectos
angulos recta li-*

*nea EC. ducta sit, in recta ducta
EC. erit centrum circuli.*

Prob. Si negas, sit alibi nimi-
rum in F. proinde ducta FC.
ipsi AB. ^a erit perpendicularis : a 18. 3.
ergo angulus rectus FCB. recto
DCB. erit æqualis, pars toti
quod est absurdum.

PROPOSITIO XX.

Th. 18.



In circulo
DFGA.
angulus
BEC. ad
centrum
E. duplū
est anguli
BAC. ad

peripheriam, cum fuerit eadem pe-
ripheria BC. basis angulorum.

Prob. Id tribus potest modis
contingere. Includant 1. rectę
AB. AC. rectas EB. EC. ducta-
que AF. per centrum E. duo la-
tera EA. EB. erunt æqualia ^a ergo
anguli EBA. EAB. æquales: an-
gulus autem BEF. duobus EAB.
^b 32. 1. EBA. ^b est æqualis, ergo duplus
anguli BAF, Idem dic de angulo
FEC. respectu anguli EAC. ergo
totus BEC. totius BAC. erit
duplus. Q. E. D.

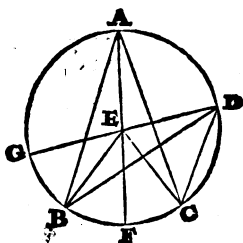
2. Rectę

2. Rectæ DG. DB. non includant rectas EC. EB. iterum cum latera ED. EB. sint æqualia erunt EDB. EBD. ^c anguli ^c 5. 1. æquales. His autem duobus, angulus GEB. est ^d æqualis. Ergo ^d 32. 1. idem erit duplus anguli GDB. Q. E. D.

3. Triangula BEC. BDC. sese interfecent, ducaturque recta DG. per centrum E. totus angulus GEC. erit duplus totius GDC. angulus vero GEB. duplus est anguli GDB. ergo reliquum BEC. duplum erit reliqui BDC. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXI.



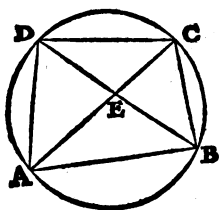
Th. 19. In circulo A D C B. qui in eodem segmento B C. sunt anguli B A C. B D C. sunt inter se æquales.

a 20. 3. Prob. Angulus B E C. ^a est duplus anguli B A C. & duplus anguli B D C. ^b ergo anguli B A C. B D C. sunt inter se æquales. Q. E. D.

b 1. Ax.

PRO-

PROPOSITIO XXII.



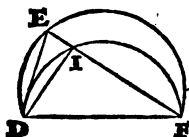
*Quadrilateri Th. 20.
 rorum in cir-
 culo ABCD.
 descriptorum
 oppositi an-
 guli DCB.
 DAB. duo-
 bus rectis sunt aequales.*

Prob. Diametris AC. DB.
 ductis, anguli ADB. ACB.
 in eadem portione ^a sunt æqua- ^{a 21. 3.}
 les, similiterque anguli BAC.
 BDC. ergo totus angulus ADC.
 est æqualis angulis BCA. BAC.
 sed anguli BCA. BAC. cum ter-
 tio ABC. ^b valent duos rectos: ^{b 32. 1.}
 ergo angulus ADC. æqualis ipsis
 BCA. BAC. cum angulo ABC.
 valebit duos rectos. Idem de aliis
 oppositis dicetur. Ergo, &c.
 Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXIII.

Th. 21.

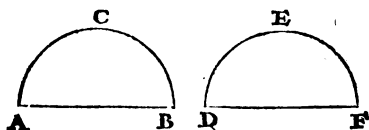


*Super eadem
recta DF. duo
segmenta cir-
culorum similia
DIF. DEF.
& inaequalia
non constituentur ad easdem partes.*

Prob. Sint enim si fieri potest
DIF. DEF. similia segmen-
ta, ductis rectis ED. EF. ID.
 a 10. anguli DIF. DEF. ^a erunt
 Def. 3. æquales, quod est absurdum
per 16. 1.

PRO-

PROPOSITIO XXIV.



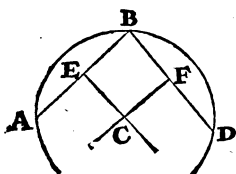
*Super aequalibus rectis AB. DF. ^{Th. 22.}
 similia segmenta circulorum sunt in-
 ter se aequalia.*

Prob. Collocetur AB. super DF.
^a congruent. Etenim si se- ^{a 8.}
 gmenta non congruant vel unum ^{Ax.}
 totum extra aliud cadet, quod est
 absurdum per 23. 3. vel cadet par-
 tim intra, partim extra; & sic cir-
 culus circulum secabit in pluribus
 punctis quam duobus, quod re-
 pugnat per 10. 3.

N PRO-

PROPOSITIO XXV.

Prob. 3.



*Circuli segmento dato
A B D. describere circulum,
cujus est segmentum.*

Prax. Accipiantur in dato segmento tria puncta A B D. ductis rectis A B. B D. ^{a 10. C} ^{11. I.} divisisque bifariam & ad angulos rectos per rectas C E. C F. se mutuo interfecantes in puncto C. illud erit centrum.

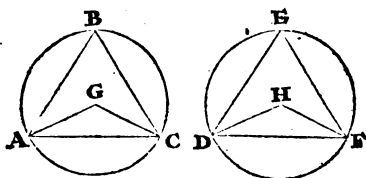
Prob. Per 1. 3. centrum est in utraque C E. & C F. ergo ubi se interfecant. Circuli enim unius, unicum tantum potest esse centrum. Q. E. D.

S C H O L I U M.

Hinc datis tribus punctis facile centrum circuli reperitur per data puncta transfecantia.

P R O-

PROPOSITIO XXVI.



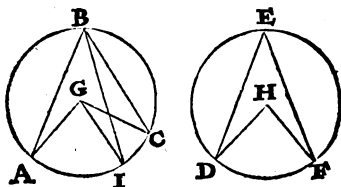
*In equalibus circulis ABC. DEF. ^{th. 13.}
 æquales anguli G. & H. B. & E.
 æqualibus peripheriis AC. DF. insi-
 stunt, sive ad centra G. & H. sive ad
 peripharias B. & E. constituti sint.*

Prima pars. Prob. Trianguli AGC.
 latera GA. GC. & angulus G. po-
 nuntur æqualia lateribus HD. HF.
 & angulo H. ^a ergo bases AC. DF. sunt ^{a 4. 1.}
 æquales. Ergo ^b peripheriæ AC. DF. ^{b 24. 3.}
 erunt etiam æquales. Q. E. D.

Prob. 2. Anguli ABC. DEF. po-
 nuntur æquales: ^c ergo segmenta ABC. ^{c Def.}
 DEF. sunt similia: ^d ergo æqualia cum ^{10. 3.}
 rectæ AC. DF. sint æquales. Ergo cum ^{d 23. 4.}
 circuli ponantur æquales, remanebunt
 segmenta AC. DF. ^e æqualia. ^{e 3.}
 Ax.

N 2 PRO-

PROPOSITIO XXVII.

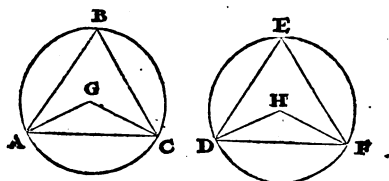


Th. 24. *In aequalibus circulis ABI. DEF. anguli qui in aequalibus peripheriis AI. DF. insistant sunt inter se aequales, sive ad centra G. & H. sive ad peripherias B. & E. constituti, insistant.*

Prob. Si non sint æquales, sit
 a 23. 1. **P** alter minor, puta AGI. ^a fiat-
 que AGC. ipsi DHF. æqualis :
 b 25. 3. ergo peripheria AC. erit ^b æqua-
 lis peripheriæ DF. sed peripheria
 DF. ponitur æqualis ipsi AI.
 c 7. ergo AC. & AI. erunt æquales,
 Ax. pars toti : Idem ^c dic de angulis
 d 20. 3. B. & E. cum G. & H. ^d sint eo-
 rum dupli.

PRO-

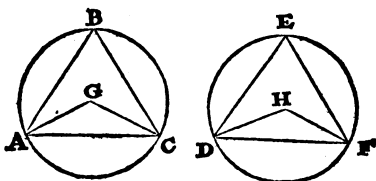
PROPOSITIO XXVIII.



*In aequalibus circulis ABC.DEF. ^{th. 25.}
 æquales rectæ AC. DF. æquales
 peripherias AC. DF. ABC.DEF.
 auferunt, majorem quidem majori,
 minorem autem minori.*

Prob. Ductis rectis GA. GC.
 HD. HF. triangula AGC.
 DHF. ^a sunt æqualia. Ergo an- ^{a 8. 1.}
 gulus G. angulo H. est æqualis:
 ergo peripheriæ AC. DF. ^{b æ. b 26. 3.}
 quales. ^c ergo reliquæ ABC. ^{c 3.}
 DEF. sunt æquales. Q. E. D. ^{an}

PROPOSITIO XXIX.

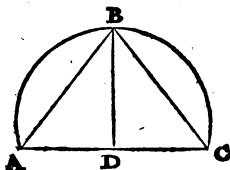


Th. 26. In equalibus circulis ABC. DEF. aequales peripherias ABC. DEF. aequales rectae AC. DF. subtendunt.

Prob. Ductis rectis GA. GC. HD. HF, anguli G. & H.
 a 27. 3. ^a erunt æquales: latera etiam GA. GC. HD. HF. sunt æqualia ex suppositione: ergo bases AC. DF. ^b erunt æquales. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXX.



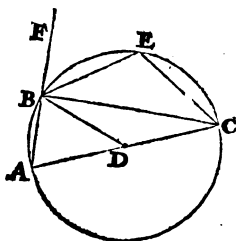
*Datam peripheriam ABC. se- Prob. 4.
care bifariam.*

Praxis. Ducatur recta AC.
quam divide ^a bifariam in D. ^a 10. 1.
per perpendicularem DB. erit
peripheria secta bifariam in B.

Prob. Ductis rectis AB. CB.
triangula ABD. DBC. se ha-
bent juxta 4. 1. ergo latera AB.
CB. sunt æqualia. ^b Ergo peri- ^b 28. 2.
pheriæ quas subtendunt sunt æ-
quales. Q. E. D.

PROPOSITIO XXXI.

Tb. 27.



In circulo
 ABEC.
 angulus
 ABC. in
 semicirculo
 rectus est:
 qui autem
 in maiore

segmento BAC. minor recto: qui
 vero in minore segmento BEC. ma-
 jor recto: & insuper angulus CBA.
 ex recta CB. & peripheria BA.
 majoris segmenti, recto quidem ma-
 jor est; minoris autem segmenti an-
 gulus EBC. qui ex peripheria EB.
 & recta BC. minor est recto.

Prob. 1. pars. Centro D. ductis
 rectis DA. DB. DC. anguli
 15. 1. DAB. DBA. ^a erunt æquales:
 itemque anguli DCB. DBC.
 ergo totalis angulus ABC. est
 æqualis angulis A. & DCB. sed
 his

his^b est æqualis $FB C$. ergo an-^b 32. 1.
gulus ABC .^c est rectus. ^c 13. 1.

Prob. 2. Angulus ABC . est
rectus: ergo angulus BAC . in
majore segmento^d est minor^d 32. 1.
recto.

Prob. 3. Fiat quadrilaterum
 $ABEC$. angulus A .^e minor est <sup>e per 1.
partem</sup>
recto, ergo angulus BEC . in mi-^{hujus.}
nori segmento^f est major recto. ^f 22. 3.

Prob. 4. Angulus ex periphe-
ria AB . & rectæ CB . est major
angulo recto composito ex rectis
 AB . BC . totum videlicet parte.

Prob. 5. Angulus compositus
ex peripheria EB . & recta CB .
minor est angulo $FB C$. recto
composito ex recta FB . BC . pars
toto. Hujus propositionis autor
fertur Thales Milesius annis ante
Christum, 650.

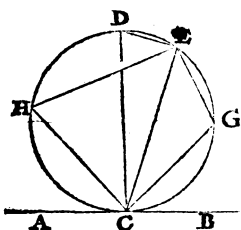
S C H O L I U M.

*Hinc in triangulo rectangulo, secta hy-
pothenusa bisariam, erit illud punctum
centrum circuli tria puncta illa pertrans-
euntis, adeoque exactæ norma.*

P R O-

PROPOSITIO XXXII.

Tb. 28.



*Si circulū
CHEG.*

*tetigerit
aliqua re-
cta AB. à
tactu au-
tem C. du-
catur quæ-*

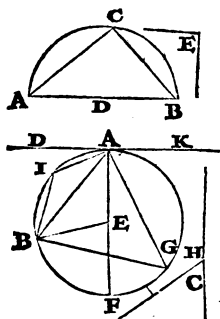
*dam recta, secans circulum DC.
vel EC. anguli quos ad tangentem
AB. faciet, erunt æquales angu-
lis qui sunt in alternis circuli por-
tionibus, id est angulus ACE.
æqualis est angulo G. & angulus
BCE. angulo H.*

Prob. Ducta perpendiculari
DC. cum angulus ACD.
sit rectus, angulus qui fieret in
a 31.1. semicirculo, illi a esset æqualis:
si vero non sit rectus ut ACE.
primo duc rectam DC. per cen-
trum, deinde accipe in periphe-
ria

ria aliquod punctum puta G du-
 canturque rectæ DE . EG . GC .
 cum angulus DEC . in semicir-
 culo ^b sit rectus, reliqui duo puta ^b EC . ED . ^c valent unum ^c EC . ED . ^c GC .
 rectum: sed anguli BCE . &
 ECD . valent etiam unum re-
 ctum, cum recta DC . sit per-
 pendicularis: dempto igitur com-
 muni ECD . remanebit BCE .
 æqualis angulo EDC . qui ^d æ- ^d $27.3.$
 qualis est angulo CHE . ergo &
 angulus BCE . angulo CHE .
 æqualis. Rursus, cum quadrila-
 teri DG . anguli in circulo op-
 positi EDC . EGC . ^e valeant ^e $22.3.$
 duos rectos, sicut & anguli ^f ACE . ^f $13.1.$
 ECB . & angulus CDE . sit ^g æ- ^g $per\ 1.$
 qualis angulo BCE . remanebit ^{partem}
 angulus G . angulo ACE . æqua- ^{hujus.}
 lis. $Q.E.D.$

PRO-

Prob. 5.

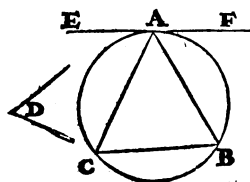


Super data
recta AB.
portionem
circuli de-
scribere, quæ
capiat angu-
lum dato an-
gulo recti-
lineo equa-
lem.

Si datus angulus sit rectus, qua-
 lis est E. recta AB. divisa bi-
 fariam in D. centro D. spatio,
 DA. si fiat semicirculus ACB.
 ductis rectis AC. CB. angulus
 a 31. 1. C. a erit æqualis dato angulo E.
 quia erit in semicirculo. Si angu-
 lus sit acutus ut C. sitque data
 recta BA. ad punctum A. fiat an-
 b 23. 1. gulus DAB. b æqualis angulo C.
 ductaque ad punctum A. perpen-
 diculari FA. fiat angulus EBA.
 æqua-

æqualis angulo EAB . latera EB .
 EA .^c erunt æqualia: quare si pun-^{c 6. 1.}
 cto E . spatio EA . fiat circulus,
 transibit per punctum B . quo posi-
 to sic pergo. Cum recta FA . sit
 diameter, & recta DA . ad ejus
 extremum sit ei perpendicularis,
^{d per}
^{corol.}
 DA tanget circulum: ergo angulus
 DAB .^c erit angulo cuicunque,^{16. 3.}
 qui fiet in alterna circuli portione,^{c 32. 3.}
 puta angulo AGB . æqualis: ergo
 portio $AHGB$. continet angu-
 lum æqualem angulo dato C . Si
 vero angulus sit obtusus puta H .
 eadem erit demonstratio: angulus
 enim AIB . ipsi H .^f erit æqualis.^{f 22. 3.}

PROPOSITIO XXXIV.

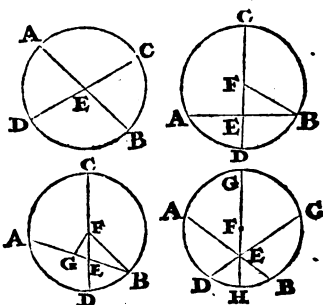


*A dato cir-
 culo ABC.
 segmentum
 CBA. ab-
 scindere ca-
 piens angulū
 B. æqualem
 dato angulo
 rectilineo D.*

Ducatur tangens EF . ad punctum A .^{a 17. 3.}
^b fiat angulus CAE . æqualis dato D .^{b 23. 1.}
 portio ABC .^c capiet angulum B . æ-
 qualem dato. $Q.E.F.$ ^{c 32. 3.}

PRO-

PROPOSITIO XXXV.



Tb. 29. Si in circulo ADBC. dua recta AB. CD. se mutuo in E. secuerint, rectangulum comprehensum sub segmentis unius A E. E B. aequale est ei quod sub segmentis alterius CE. ED. comprehenditur rectangulo.

Prob. 1. Rectæ AB. CD. secant se in centro E. rectangulum unum, alteri erit æquale: cum omnes radii sint æquales.

- 2.** Sola CD. transeat per centrum F. dividatque rectam AB. bifariam in E. a ac proinde ad angulos rectos, ducaturque recta FB. quo facto, cum recta CD. secetur in æqualia in F. & non æqualia in E. erit rectangulum sub inæqualibus segmentis CE. ED. cum quadrato segmenti intermedii EF. b æquale quadrato dimi-
- a 3. 3.**
- b 3. 2.**

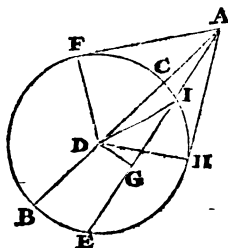
dimidiæ FD. vel FB. sed quadratum FB. est æquale quadratis BE. EF. quæ per ^c 47.1. consequens æqualia sunt rectangulo CE. ED. cum quadrato EF. Dempto igitur communi FE. remanebit rectangulum CE. ED. æquale rectangulo sub BE. EA. Q. E. D.

3. Recta CD. transiens per centrum F. rectam AB. non dividat bifariam in E. ductaque recta FB. & perpendiculari FG. rectangulum sub CE. ED. cum quadrato FE. d erit æquale quadrato FD. vel FB. rectangulum etiam sub AE. EB. cum quadrato GE. est æquale quadrato GB. adde quadratum FG. jam cum quadratum FB. sit æquale quadratis FG. GB. erit rectangulum AE. EB. cum quadratis EG. GF. æquale quadrato FB. hoc est rectangulo CE. ED. & quadrato FE. ergo cum quadratum FE. sit æquale quadratis FG. GE. si ab uno demas FE. & ab alio EG. GF. remanebunt æqualia rectangula CE. ED. & AE. EB. Q. E. D.

4. Si neutra transeat per centrum & se fecerit utcunque, ducatur ad intersectionem E. recta GH. transiens per centrum: cum rectangulum sub CE. ED. e sit æquale ei quod sub HE. EG. Idemque AE. EB. sit æquale ipsi GE. EH. erunt æqualia rectangula sub CE. ED. & AE. EB. Q. E. D. ^{c per 3: partem hujus.}

PROPOSITIO XXXVI.

Th. 10.



Si extra circulum FBE. sumatur punctum aliquod A. ab eoque in circulum cadant duae rectae: & hac quidem AB. secet circulum in C. illa autem AF.

tangat in F. Quod sub tota secante AB. & exterius assumpta AC. inter punctum A. & convexam peripheriam C. comprehenditur rectangulum, aequale erit ei, quod à tangente AF. describitur quadrato.

Prob. Transeat i. recta AB. per centrum D. ductaque recta DF. cum recta CB. bifariam secta sit in D, & ei recta AC. adjiciatur, rectangulum sub AB. & AC. contentum, una cum quadrato DC. vel DF. æquale est ei quod à DC. cum AC. tanquam una linea fit quadrato. Sed quadratum DA. a 6. 2. b 47. 1. est æquale quadratis DF. FA. ergo dempto communi FD. remanebit quadratum FA. æquale rectangulo sub AB. & CA. Q. E. D.

2. Si

2. Si recta AE. non transeat per centrum, à centro D. duc perpendicularem DG. c hæc secabit rectam EI. bifariam, cum igitur recta EI. sit secta bifariam in G. & ei recta IA. adjiciatur, erit rectangulum sub AE. & sub AI. cum quadrato GI. æquale quadrato GA. d 6. 2. addito ergo quadrato DG. erit rectangulum sub AE. & sub IA. cum quadratis IG. GD. hoc est quadrato DI. hoc est DF. æquale quadrato DA. sed DA. est æquale quadratis FA. FD. demptis ergo æqualibus DF. DI. remanebit quadratum FA. æquale rectangulo sub AE. & AI. Q. E. D.

Coroll. 1. Hinc sequitur, si à puncto quovis extra circumulum sumpto, plures rectæ circumulum secantes ducantur, rectangula comprehensa sub totis lineis & partibus exterioribus, inter se esse æqualia.

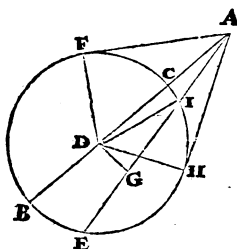
Coroll. 2. Duæ rectæ, ab eodem puncto ductæ, quæ circumulum tangunt, sunt inter se æquales.

Coroll. 3. Ab eodem puncto extra circumulum sumpto, duci tantum possunt duæ rectæ, quæ circumulum tangunt.

N 3 PRO-

PROPOSITIO XXXVII.

Th. 31.



*Si extra
circulum
F H E.
sumatur
punctum
aliquod
A. ab eo-
que pun-
cto in*

*circulum cadant duæ rectæ AF. AB.
vel A E. & hæc quidem AB. secet
circulum : illa autem AF. incidat :
sit autem quod sub tota secante AB.
& exterius assumpta C A. inter
punctum & convexam peripheriam,
rectangulum æquale ei quod ab in-
cidente A F. describitur : incidens
illa circulum tanget.*

^a 17. 3. **P**rob. ^a Duc tangentem A H.
& ad H. rectam D H. cum
^b 36. 3. ergo quadratum A H. ^b sit æquale
rectangulo sub A B. C A. & idem
rectangulum sub A B. C A. po-
natur

LIBER TERTIUS. 163
 natur æquale quadrato FA . lineæ
 FA . HA . erunt æquales, latera
 item FD . HD . sunt æqualia &
 basis AD . communis : ergo tota
 triangula ^c sunt æqualia. Ergo ^c 8. r.
 cum angulus AHD . sit ^d rectus, ^d 18. 3.
 rectus etiam erit AFD . ergo AF .
 circulum tanget per coroll. 16. 3.

N O T A.

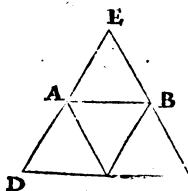
Selectiores hujus libri propositiones sunt. 20. 22. 31. 35. 36.

N 4 P R O-

E V C L I D I S

E L E M E N T U M I V.

D E F I N I T I O N E S.



I. *Figura rectilinea, in figura rectilinea inscribi dicitur, cum singuli, ejus figura, qua inscribitur, anguli, singula latera ejus qua inscribitur tangunt.*

Ut triangulum A B C. inscriptum est triangulo D E F. quia anguli A. B. C. tangunt latera D E. E F. D F.

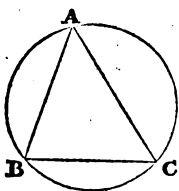
O 4

2. Si-

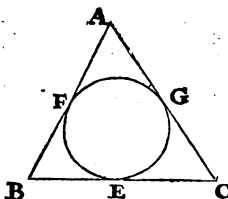
2. *Similiter & figura circum figuram describi dicitur, cum singula ejus qua circumscribitur, latera, singulos ejus figura angulos tetigerint, circum quam illa describitur.*

Ut triangulum D E F. dicitur propriè describi circa triangulum A B C. quia singula latera majoris trianguli, singulos angulos minoris tangunt. Dixi propriè, quia ut impropriè dicatur figura aliqua inscribi vel describi, sufficit, ut bene advertit illustrissimus Princeps Flusates Candalla ut nullus sit angulus interioris figuræ, qui non tangat angulum aliquem, vel latus vel planum figuræ exterioris; & eo sensu intelligendæ sunt propositiones Hypsiclis lib. 15. elementorum.

3. Fi-



3. *Figura autem rectilinea, in circulo inscribi dicitur, cum singuli, ejus figura, qua inscribitur, anguli, tetigerint circuli peripheriam.*

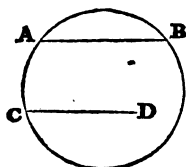


4. *Figura vero rectilinea circa circulum describi dicitur, cum singula latera ejus qua circumscribitur, circuli peripheriam tangunt.*

5. *Similiter & circulus in figura inscribi dicitur, cum circuli peripheria singula latera tangit ejus figura in qua inscribitur.*

6. *Cir-*

6. *Circulus autem circum figuram describi dicitur, cum circuli peripheria, singulos tangit ejus figura, quam circumscribit, angulos.*

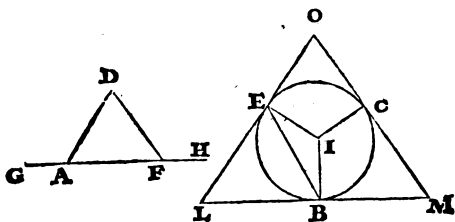


7. *Recta in circulo accommodari, seu coaptari dicitur, cum ejus extrema in circuli peripheria fuerint.*

Sic A B. dicitur in circulo accommodata non vero C D.

PRO-

PROPOSITIO III.



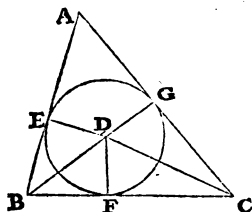
Prob. 3. Circa datum circulum BCE. describere triangulum LMO. æquiangulum dato triangulo D. F. A.

- a** 23. 1. **D**ati trianguli latus AF. produc
in G. & H. angulo D F H.
æqualis fiat ad centrum angulus
CIB. & angulo D A G. angulus
b 11. 1. EIB. & ad puncta EBC. ^b ducas
perpendiculares quæ ^c tangentes
^c **Ex**
16. 3. erunt scilicet MO. ML. LO.
& coeuntēs peti- tum triangulum
constituent. Quod autem concur-
rant patet ; nam uterque angulo-
rum ad A. & C. est rectus: ergo si
intelligatur duci linea BE. erunt
duo anguli versus L. minores
duo-

duobus rectis: ^d ergo in illam par- ^{d 11.}
 tem protractæ tangentes concur- ^{Ax.}
 rent similiterque aliæ in alias par-
 tes protractæ: ergo fiet triangu-
 gulum circa datum circulum.
 Quod autem sit dato triangulo æ-
 quiangulum, sic probo. In qua-
 drilatero C I B M. anguli ad C.
 & B. ^e sunt recti: ergo reliqui ^{e 18. 3.}
 C I B. C M B. ^f duobus rectis sunt ^{f 32. 1.}
 æquales: Sed angulus C I B. æ-
 qualis ponitur ipsi D F H. ergo
 angulus C M B. æqualis est angu-
 lo & D F A. eodem modo ostendi ^{g 13. 1.}
 potest in quadrilateris B I E L.
 C I E O. angulos L. & O. æqua-
 les esse angulis A. & D. Ergo
 circa datum, &c. Q. E. F.

172 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO IV.

Prob. 4.



In dato
triangulo
ABC.
circulum
GE F.
describere.

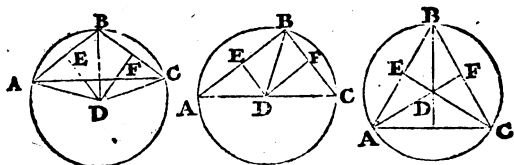
- a 9. 1. **D**ivide duos ejus angulos B. & C. bifariam per rectas CD. BD. & ex puncto in quo concurrent
b 12. 1. puta D. b.duc perpendiculares DE. DG. DF. ad tria latera dati trianguli. Jam quia triangulorum FCD. GCD. angulus C. unius, ponitur æqualis angulo C. alterius, & uterque angulorum G & F. rectus est, & latus CD commune: linea DG. erit æqualis lineæ DF. similiterque ostendetur rectas DE. DF. esse æquales. Posito ergo centro in D.
c 26. 1. descriptus circulus spatio DG. d transibit per puncta EGF. & quia per coroll. 16. 3. unaquæque linearum AB. BC. CA. tanget circulum, patet perfectum esse propositum.

SCHOLIUM.

Hinc cognitis lateribus trianguli, inveniuntur segmenta quæ sunt ad puncta contactus circuli inscripti. scil: sit AB. 12. BC. 16. AC. 18. erit AB. BC. 28. subtrahatur AC. 18. æquale AE. & FC. remanebit 10. pro BE. & BF. adeoque BE. vel BF. erit 5. & per consequens FC. vel GC. 11. GA. vel AE. 7.

PRO-

PROPOSITIO V.



Circa datum triangulum ABC. Prob. 5. circulum describere.

Cujuscunque dati trianguli, duo aliqua latera puta AB. BC. a di- a 10. 1. vide bisariam in E. & F. b ad quæ b 11. 1. puncta excitabis perpendiculares quæ coibunt in D. vel intra triangulum, vel in tertio latere, vel extra (ducta enim EF. fient anguli DEF. DFE. minores duobus rectis: ergo coibunt) duc præterea rectas DB. DA. DC. Quia triangulorum BED. AED. latera BE. EA. sunt æqualia & DE. commune & anguli ad E. recti, erunt & bases AD. DB. æquales. Eodem modo c erunt æqua- c 4. 1. les bases DB. DC. Centro igitur D. spatio BD. ductus circulus ABC. transibit per puncta A B. C. Circa datum ergo triangulum, circulum descripsimus. Q. E. F.

SCHOLIUM.

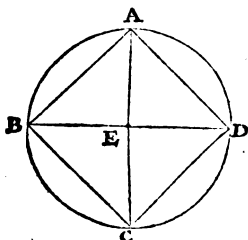
Hinc etiam patet methodus describendi circulum, qui transibit per tria data puncta non in rectum constituta.

P 3

PRO-

174 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO VI.

Prob. 6.



In dato
circulo
ABCD.
quadra-
tum de-
scribere.

Ducantur duæ diametri A C.
B D. secantes se ad angulos
rectos in centro E. & jungantur
rectæ BA. BC. CD. DA. & fa-
ctum est quod petitur.

Prob. Quatuor anguli ad cen-
trum E. ponuntur recti & quatuor
lineę EA. EB. EC. ED. æquales.

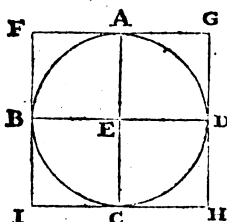
a 4. 1. a ergo & quatuor bases AB. BC.
CD. DA. sunt æquales. Omnia
ergo quadrati latera sunt æqualia.

Anguli vero his lateribus contenti
sunt omnes in semicirculo: b ad-

b 31. 3. eoque recti: Erit igitur ABCD.
quadratum circulo inscriptum.
Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO VII.



*Circa da- Prob. 7.
tum circu-
lum, qua-
dratum de-
scribere.*

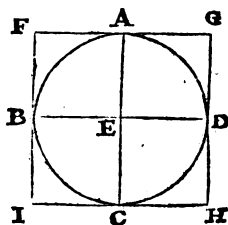
Ductis duabus diametris A C. B D. secantibus se ad rectos in centro E. per earum extrema si ducantur perpendiculares F G. F I. I H. H G. coeuntes petitum dabunt quadratum,

Prob. Anguli quatuor ad E. ponuntur recti, sicut & anguli ad A B C D. a ergo a 28. l. rectae F G. B D. H I. sunt parallelæ, similiterque rectae F I. A C. G H. b ergo figu- b 34. 1. ra F G I H. est parallelogramma. Angulus A C H. est rectus: c ergo Angulus H G A. est rectus, eodem modo ostendetur angulos F. I. H. esse rectos. c 34. 1.

De lateribus sic dico, latus I H. est æquale lateri B D. & latus H G. lateri A C. hoc est B D. ergo latera I H. H G. sunt æqualia: ergo quatuor latera sunt æqualia. Ergo est quadratum cujus latera circulum tangunt per coroll. 16. lib. 3. Ergo circa datum, &c. Q. E. F.

P 4 PRO-

PROPOSITIO VIII.



Prob. 8. In dato quadrato, circulum describere.

a 10. 1. **L**atera quadrati a divide bifariam in ABCD. duc rectas AC. BD. secantes se in puncto E. quod dico esse centrum circuli spatio E B. describendi.

Prob. Rectæ AF. IC. sunt parallelæ & æquales: ergo rectæ AC. FI. b sunt parallelæ & æquales, & similiter rectæ AC. HG. eodemque modo rectæ FG.

c 34. 1. IH. c sunt igitur parallelogramma FE. EI. EH. EG. quare cum æquales. Rectæ BF. FA. AG. sunt æquales, ipsis

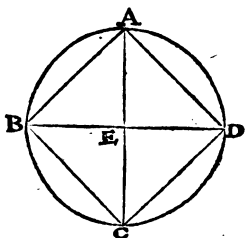
d 14. 1. d BE. EA. ED. rectæ BE. EA. ED.

e 9. 3. erunt & æquales. e Ergo E. est centrum, ex quo si spatio EA. describatur circulus, tanget puncta ABCD. & consequenter omnia quadrati latera per co-

f 29. 1. roll. pr. 16. l. 3. f In dato ergo, &c. Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO IX.



Circa datum quadratum, circulum describere. Prob. 9.

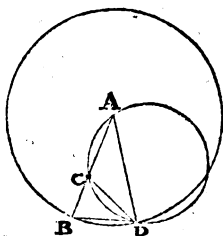
Ducantur diametri A C. B D. secantes se in puncto E. quod dico esse centrum describendi circuli.

Prob. Rectæ A B. A D. sunt æquales : a ergo & anguli A B D. A D B. a 5. 1.
 Angulus B A D. b est rectus, c ergo anguli A B D. A D B. sunt singuli semirecti; eodem modo partes angulorum ad A. B. C. D. erunt semirecti: ergo omnes inter se æquales. d Ergo latera b 32. 3.
c 32. 1.
d 6. 1.
 E A. E B. E C. E D. æqualibus angulis subtensa sunt æqualia. e Ergo E. est e 9. 3.
 centrum circuli, qui si describatur spatium E A. transibit per puncta quadrati A B C D. Ergo circa datum, &c. Q.E.F.

P R O-

PROPOSITIO X.

Pr. 30.



*Isoceles
triangulum
A B D.
constituere,
quod habeat
utrumque eo-
rum qui ad
basim sunt,
angulorum B. & D. duplum reli-
qui A.*

- a 11. 1. **S**ume rectam quamlibet A B. quæ
sic a dividatur in C. ut rectangu-
lum sub A B. B C. æquale sit qua-
drato rectæ A C. tum centro A. spatio B.
b 1. 4. ducatur circulus, in quo b accommo-
detur recta B D. æqualis ipsi A C. jun-
gaturque recta A D. dico triangulum
A B D. fore quæsitum, quod sic
probo.

- c 5. 4. **D**ucta recta C D. c describe circu-
lum A C D. circa triangulum D A C.
cum itaque rectangulum sub A B. B C.
æquale ponitur quadrato C A. erit etiam
æquale quadrato B D. cum B D. æqua-
lis ponitur ipsi A C. Ergo cum à puncto
B. ducatur secans B A. recta B D. ab eo-
dem puncto ducta incidens in circulum
A C D.

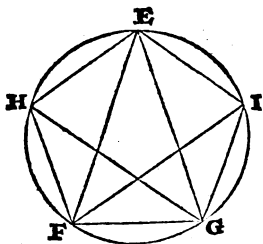
ACD. quorum rectangulum & quadratum sunt æqualia, B D. tanget d'cir- d 37. 3.
culum in D. ergo angulus CDB. e æ- c 32. 3.
qualis est ipsi A. in alterno segmento,
ergo communi CDA. addito, duo
anguli A. & CDA. æquales sunt
duobus BDC. & CDA. hoc est toti
ADB. vel ABD. Sed angulus ex-
ternus BCD. duobus internis A. & f 32. 1.
ADC. f æqualis est: ergo idem BCD.
erit æqualis ipsi CBD. vel ADB. ergo g 6. 1.
rectæ DC. DB. g æquales, cum æ-
quales angulos subtendant. Sed BD.
ponitur æqualis ipsi CA. ergo CD.
CA. æquales erunt: ergo anguli A. & h 5. 1.
CDA. h æquales. Ergo externus an-
gulus BCD. duplus est ipsius A. ergo
eiusdem quoque dupli sunt CBD.
ADB. cum singuli externo BCD.
æquales sint. Triangulum ergo, &c.
Q. E. F.

Corollarium.

Cum tres anguli A. B. D. si-
mul constituent $\frac{2}{3}$ duorum rect.
hoc est duos rectos, liquet A.
esse $\frac{1}{3}$ duor. rectorum.

PRO-

PROPOSITIO XI.



Pr. 11. In dato circulo EHFGI. pentagonum equilaterum & equiangularum inscribere.

*a 10. 4. ^a F*iat triangulum Isosceles quicunque, cujus anguli ad basim sint dupli ejus qui ad verticem & ipsi æqui angulus *b* inscribatur in dato circulo EFG. Angulos ad basim divide bifariam rectis IF. HG. jam quinque puncta E. H. F. G. I. junge lineis totidem, & factum esse quod petitur, sic probo. Quinque anguli EFG. FGH. HGF.

HGF. IFG. EFI. ponuntur
 æquales : ^c ergo arcus quibus in- ^c 26. 3.
 sistunt, sunt æquales ^d Ergo æ- ^d 29. 3.
 quales rectæ quæ æquales peri-
 pherias subtendunt. Arcus EH.
 æqualis est arcui FG. ergo si
 addas communem BF. erunt
 peripheriæ EHF. HFG. æqua-
 les : ergo & reliqua segmenta
 FG IE. GI. EH. æqualia :
^e ergo anguli EHF. PFF. æ- ^e 27. 3.
 quales. Idemque dicendum de
 reliquis. Ergo pentagonum æ-
 quilaterum & æquiangulum in-
 scriptum. Q. E. F.

Q

PRO-

PROPOSITIO XII.

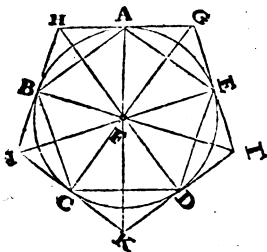


Fig. 12. Circa datum circulum ABCD. pentagonum GHIKL. aequilaterum & aequiangulum describere.

- Q**uasi juxta propositionem XI. in scripſissem pentagonum in dato circulo, reperiam centrum F. & notabo in peripheria quinque linearum FA. FB. &c. quinque puncta angularia ABCDE. & ab iisdem punctis a ducam tangentes quae concurrent in punctis GHIKL. à quibus si duxero ad centrum rectas GF. IF. sic demonstrabo factum esse quod petitur. Et primo quidem quod anguli omnes sint æquales. In quadrilatero AFBH. quatuor anguli c valent quatuor rectos cum cujuslibet trianguli AHF. HFB. tres anguli valeant duos rectos: similiterque in quadrilatero BFCI. & sic de aliis: ergo cum anguli A. & B. sint recti, anguli AHB. AFB. valent duos rectos, similiterque anguli BIC. CFB. & sic de aliis. Sed anguli AFB. BFC. sunt æquales ob æquales arcus,
- a corol.*
16. 3.
b 11.
Ax.
c 32. 1.
d 27. 3.
- ergo

LIBER QUARTUS. 183

ergo reliqui $H.$ & $I.$ sunt æquales, idemque dicendum de aliis. Ergo omnes pentagoni anguli sunt æquales.

Quod autem latera etiam sint æqualia sic probo. Quadratum $FI.$ e est æquale quadratis tam ipsarum $FB.$ $BI.$ quam ipsarum $IC.$ $CF.$ sublati ergo quadratis æqualium $FB.$ $FC.$ remanent æqualia quadrata $BI.$ $IC.$ ergo rectæ $BI.$ $IC.$ sunt æquales. Nunc anguli $FBI.$ $FCI.$ & continentia latera sunt æqualia: ergo f anguli $BIF.$ $FIC.$ sunt æquales. Eodemque modo dicam de triangulis $CFK.$ $KFD.$ & de aliis omnibus. Ergo cum anguli $BFD.$ $CFD.$ g sint æquales, & anguli $IFC.$ $CFK.$ sint eorum dimidia, æquales erunt anguli $IFC.$ $CFK.$ Ergo cum in triangulis $IFC.$ $CFK.$ anguli $IFC.$ $FCI.$ æquales sint duobus angulis $CFK.$ $FCK.$ alter alteri & latus $FC.$ commune, reliqua latera h erunt æqualia. Ergo rectæ $IC.$ $CK.$ sunt æquales, & dimidiæ ipsius $IK.$ eodem modo ostendam $IB.$ esse dimidiam ipsius $IH.$ & sic de aliis: ergo, cum dimidiæ $IC.$ $IB.$ ostensæ sint æquales, erunt tota latera $HI.$ $IK.$ æqualia, idemque dicendum de aliis. $Q. E. F.$

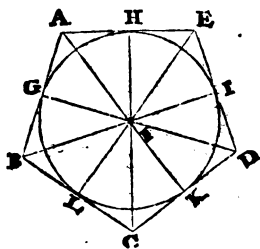
Corollarium.

Hinc, si in circulo qualiscunque figura æquilatera & æquiangula fuerit inscripta, lineæ perpendiculares ad extremitates semidiametrorum excitatæ constituent figuram totidem laterum & æqualium angulorum circulo circumscriptam.

Q 2

PRO-

PROPOSITIO XIII.



Pr. 12. In dato pentagone quod est æquilaterum & æquiangulum, circulum inscribere.

a 9. 1. **D**ividantur bifariam duo anguli proximi BAE. ABC.

b II. rectis AF. BF. quæ^b coibunt, Ax. puta in F. cum nullius anguli medietas valeat rectum. Idem fiat reliquis angulis. Quoniam igitur triangulorum ABF. FBC. æqualia sunt latera BA. BC. & BF.

c Ex. commune, & anguli ad B. ^c sunt
conf. æquales, anguli BAF. BCF. & bases AF. CF. ^d erunt æquales.
d 4. 1. Sed angulus BAF. est dimidium

angu-

LIBER QUARTUS. 185
 anguli BAE. ergo quoque BCF.
 erit dimidium anguli BCD.
 Eodem modo reliqui anguli bi-
 fariam erunt secti. Ducantur si-
 militer ex F. ad singula pentago-
 ni latera perpendiculares FG.
 FH. &c. Quia triangulorum
 GFB. BFL. duo anguli FGB.
 GBF. duobus FLB. FBL. sunt
 æquales, & latus FB. commune,
 æqualia etiam^e erunt latera FG.^{e 26. 1.}
 FL. & his FK. FI. FH. quare
 centro F. spatio FG.^f si ducatur^{f 15.}
 circulus, transibit per puncta H. I.^{Def. 1.}
 K. L. existentia in lateribus penta-
 goni, & quæ etiam tangent circulū,^g & ^{Corol.}
 cum sint super extremitate diame-^{16. 3.}
 tri ad rectos constitutæ. Q. E. F.

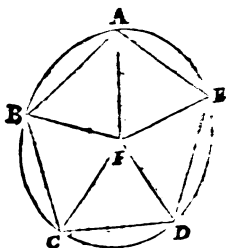
SCHOLIUM.

*Hinc duo sequuntur. 1. omnes angulos
 cuiuscunque figura æquilatera & æqui-
 angula bifariam secari per lineas à puncto
 ductas in quo coeunt due rectæ proximos
 angulos bisecantes. 2. eadem methodo in
 quacunque figura æquilatera & æquian-
 gula circulum describere.*

Q 3

PRO

PROPOSITIO XIX.



Pr.

14. Circa datum pentagonum quod
est æquilaterum & equiangularum,
centrum describere.

Angulos A. & E. a divido
butionem rectis AF. FE.
que alicubi concurrent, puta
in F. hinc ad reliquos angulos
duces rectas FA. FC. FB. quas
ad centrum ducimus proutur ut in
centrum descriptum per prop.
13. Si quæ sunt anguli totales
sunt æquales. æquales erunt
etiam etiam anguli quæ sunt æqua-
les

LIBER QUARTUS. 187
 les F A. F B. hisque æquales
 omnes rectæ F C. F D. F E.
 Ergo centro F. spatio F A. de-
 scriptus circulus transibit per an-
 gulos pentagoni, nec ullum ejus
 latus α secabit, cum omnia cadant α 2. 3.
 intra circulum. Q. E. F.

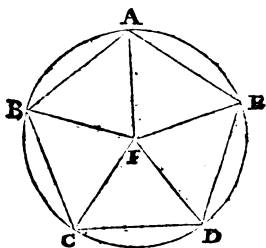
SCHOLIUM.

Eodem prorsus modo circa
 quamlibet figuram æquilateram &
 æquiangulam circulus describetur.

Q4

PRO

PROPOSITIO XIV.



Pr. 14. Circa datum pentagonum quod est æquilaterum & equiangularum, circulum describere.

a 9. 1. **A**ngulos A. & E. a divido
 bifariam rectis AF. FE.
 b 11. quæ alicubi b concurrent, puta
 Ax. in F. hinc ad reliquos angulos
 duco rectas FD. FC. FB. quas
 eos secare bifariam probatur ut in
 proxima propositione per prop.
 26. 1. Ergo cum anguli totales
 ponantur æquales, æquales erunt
 c 1. dimidii, & c consequenter æqua-
 les

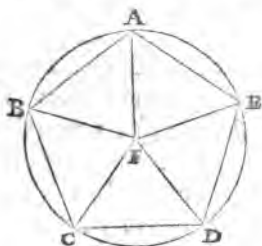
LIBER QUARTUS. 187
 les F A. F B. hisque æquales
 omnes rectæ F C. F D. F E.
 Ergo centro F. spatio F A. de-
 scriptus circulus transibit per an-
 gulos pentagoni, nec ullum ejus
 latus ^d secabit, cum omnia cadant ^d 2. 3.
 intra circulum. Q. E. F.

SCHOLIUM.

*Eodem prorsus modo circa
 quamlibet figuram æquilateram &
 equiangulam circulus describetur.*

Q4 PRO

PROPOSITIO XIV.



Pr. 14. Circa datum pentagonum quod est æquilaterum & equiangularum, circulum describere.

29. 1. **A**ngulos A. & E. ^a divido
 bifariam rectis AF. FE.
 b 11. quæ alicubi ^b concurrent, puta
 c 1. in F. hinc ad reliquos angulos
 duco rectas FD. FC. FB. quas
 eos secare bifariam probatur ut in
 proxima propositione per prop.
 26. 1. Ergo cum anguli totales
 ponantur æquales, æquales erunt
 dimidii, & ^c consequenter æqua-
 les

les FA . FB . hisque æquales
 omnes rectæ FC . FD . FE .
 Ergo centro F . spatio FA . de-
 scriptus circulus transibit per an-
 gulos pentagoni, nec ullum ejus
 latus d secabit, cum omnia cadant d 2. 3.
 intra circulum. Q. E. F.

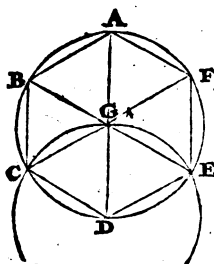
SCHOLIUM.

*Eodem prorsus modo circa
 quamlibet figuram æquilateram &
 equiangulam circulus describetur.*

Q4 PRO-

PROPOSITIO XV.

Pr. 15.



In dato
circulo, he-
xagonum, &
æquilaterum
& æquian-
gulum inscri-
bere.

Sit diameter AD. centro D. spatio semidiametri DG. fiat circulus CGE. secans datum circulum in C. & E. per centrum G. ductis CF. EB. jungantur AB. BC. CD. &c. eritque inscriptum hexagonum æquilaterum & æquiangulum.

Prob. Rectæ GC. GD. à centro G. & rectæ CD. DE. à centro D. sunt æquales, ergo triangulum DGC. est æquila-
a 51. terum. Ergo & æquiangulum.

Hi

LIBER QUARTUS. 189

Hi tres anguli, ^b valent duos ^{b 32. 1.} rectos: ergo quilibet eorum est pars tertia duorum rectorum. Similiterque angulus D G E. Ergo cum C G E. E G F. ^c va- ^{c 13. 1.} leant duos rectos. E G F, erit etiam pars tertia duorum rectorum. Sed illis ^d æquales sunt an- ^{d 15. 1.} guli ad verticem. Ergo sex anguli ad centrum G. sunt æquales. Ergo omnes rectæ & circumferentiæ A B. B C. &c. quibus insunt ^e sunt æquales. Est ergo ^{e 26. 6.} hexagonum æquilaterum. Quod ^{29. 3.} vero sit æquiangulum patet, cum omnium angulorum medietates sint ostensæ æquales & constare duabus tertiis duorum rectorum.

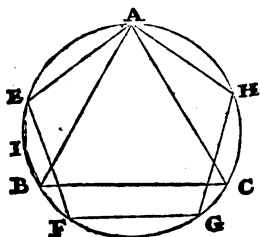
Coroll. Hexagoni latus, æquale est semidiametro.

SCHOLIUM.

Hinc facillime triangulum æquilaterum in circulo describetur ductis rectis A C. A E. C E.

PRO-

PROPOSITIO XVI.



Pr. 16. *In dato circulo quindecagonum
& æquilatorum & equiangulum,
describere.*

a 11. 4. 2 **I**nscribe in dato circulo
pentagonum æquilaterum
AEFGH. & eidem ad pun-
b 2. 4. ctum A. ^b inscribe triangulum
æquilaterum ABC. hoc posito
cum tertiam partem circumfe-
c 26. & rentiæ ^c subtendat AB. hoc est
28. 3. quinque quindenae, duo vero
pentagoni latera, AE. EF. ea-
rundem quindecimarum subten-
dant

LIBER QUARTUS. 191

dant sex. Si ab ipsis A E. E F.
 subtentibus sex, ipsam A B.
 subtendentem quinque tollas,
 supererit B F. subtendens unam
 decimam quintam totius. Ergo
 si quatuordecim ei æquales in
 circulo ^d accommodentur, erit ^d 1. 4.
 quindecagonum æquilaterum &
 æquiangulum ^e cum singuli an- ^e 27. 3.
 guli subtendant arcus æquales
 tredecim laterum quindecagoni.
 Q. E. F.

SCHOLIUM.

*Omnes propositiones hujus libri cum
 sunt problemata ejusdem valoris censer
 possunt, quamvis à quibusdam inter
 precipua numerantur. 5. & 15.*

EU-

E V C L I D I S

E L E M E N T U M V.

Hujus Elementi quinti Vitruvius autorem prædicat Eudoxium Gnidium, qui Platonem comitatus est in Ægyptum.

D E F I N I T I O N E S.

Pars est magnitudo magnitudinis, minor majoris, cum metitur majorem.

Id est, quæ aliquoties sumpta, majorem ipsam præcisè constituit: sic unitas, est pars ternarii, quia ter sumpta facit ternarium. Atque hæc est pars propriè dicta & quæ vocatur *Aliquota*. Impropriè verò dicta pars, est quæ aliquoties sumpta, vel suum totum excedit, vel ab eo deficit: sic

fic binarius numerus , est improprie dicta pars septenarii , quia ter sumptus , deficit : quater autem sumptus excedit : atque hæc pars dicitur *Aliquanta*. Imo Euclides libro 7. non vocat partem , sed partes , & bene quia quatuor non est pars numeri sex , sed ejus duæ partes tertiæ. In genere sic posset definiri. *Pars est minor & homogenea quantitas , quæ aliquoties repetita , metitur vel excedit suum totum.*

Similiter & si definitio Partis , prout traditur ab Euclide , tantum conveniat quantitati continuæ , quæ sola proprie secundum Philosophum appellatur Magnitudo , cum tamen numeros suis quoque constitui partibus dubium sit nemini , sic forte commodius potuisset exprimi. *Pars est minor quantitas , quæ metitur majorem.* Ut ut sit , in sequentibus , partis nomine utar , tum in quan-

R titate

titate continua, tum in discreta; imò brevitatis gratiâ frequentius utar numeris, quorum tamen loco poterit quilibet magnitudines tot palmarum intelligere quot numeris exprimentur.

2. Multiplex autem est major quantitas, quam metitur minor.

Multiplex nil aliud est quam eadem quantitas aliquoties repetita.

3. Ratio est duarum quantitatum ejusdem generis, mutua quædam secundum mensuram habitudo.

Quod Euclidis dixit $\lambda\beta\gamma\delta$ hoc Campanus vertit *Proportio*, melius alii *Ratio*. Sensus vero hic est, quando duæ quantitates ejus-

ejusdem generis , ut duo numeri , duæ lineæ , duæ superficies , duo solida (nec enim linea cum superficie , aut linea alba cum sonora , ut sic , possent conferri , cum sint diversi generis) inter se comparantur ; secundum capacitatem hoc est excessum , defectum aut æqualitatem , appellatur hæc comparatio aut habitudo mutua Ratio. Observabis verò , requiri semper duas quantitates : nihil enim habet rationem ad seipsum , & decempeda solitariè considerata , nec major est , minor , aut æqualis.

Hæc porrò omnis comparatio in capacitate quantitatis fundatur , secundum quam una quantitas aliam continet vel accuratè , vel ex parte tantum , vel cum excessu. Cùm autem in omni ratione duo sint termini *Antecedens* & *Consequens* qui ad invicem referuntur : Ille in nomi-

nativo efferri solet, hic in alio casu: exempli gratia linea sex palmorum est dupla lineæ trium: antecedens est linea sex palmorum; consequens, lineæ trium. Excessus antecedentis supra consequentem vel consequentis supra antecedentem dicitur *Differentia terminorum*. *Ratio Rationalis* est quæ est inter quantitates commensurabiles & numeris potest exprimi, ut ratio dupla, tripla, &c. *Ratio Irrationalis* est ea quæ est inter magnitudines quarum nulla est communis mensura quæ ullo numero possit exprimi: exempli gratia inter latus quadrati & ejus diametrum.

4. *Proportio est rationum similitudo.*

Græcè dicitur *ἀναλογία*, sensus verò hic est. Quemadmodum comparatio capacitatis duarum quantitarum dicitur ratio:

tio : Ita similitudo duarum vel plurium rationum dicitur Proportio. Ex gr. Cum similis sit ratio 12. ad 4. quæ 9. ad 3. ideo dico inter has quantitates esse proportionem , quia est similitudo rationum.

Proportio dividitur in *Arithmetica* , *Geometrica* , & *Musica*. *Arithmetica* est quando tres vel plures numeri per eandem differentiam progrediuntur , ut hi numeri 4. 7. 10. est enim differentia 4. & 7. æqualis differentiæ 7. & 10. hæc proportio dicitur *Arithmetica* quia invenitur inter numeros in ordine suo naturali sumptos puta 1. 2. 3. 4. 5. &c.

Geometrica est similitudo rationum inter tres , vel plures quantitates ut inter numeros 2. 6. 18. est enim ratio 2. ad 6. similis rationi 6. ad 18. nam utraque ratio est tripla. Hæcque

R 3

sola

sola est propriè dicta proportio,
& quam hic definit Euclides.

Proportio Musica est quando tres magnitudines ita ordinantur ut eadem sit ratio primæ ad tertiam, quæ differentia primæ & secunda, ad differentiam secundæ & tertie, ut 3. 4. 6. Sunt in proportionē musica, quia eadem est ratio primi numeri 3. ad tertium 6. quæ differentie primæ & secundæ, quæ est 1. ad differentiam secundæ & tertii, quæ est 2. dicitur vero harmonica, quia consonantes facit sonos, inter quos invenitur.

5. Rationem habere inter se quantitates dicuntur, quæ possunt multiplicatæ sese mutuo superare.

Quia ratio est duarum quantitatum ejusdem generis mutua secundum mensuram habitudo, propterea quantitates quæ
ratio-

rationem habent inter se, debent esse tales ut se mutuo superare possint: nam quantitas quæ metitur alteram, potest eam superare hinc.

Colligitur 1. inter lineam & superficiem, inter superficiem & corpus, inter lineam finitam & infinitam, inter angulum rectilineum & contactus, nullam esse rationem, quia quantumvis horum unum multiplices, nunquam tamen aliud superabit.

Coll. 2. Inter diagonalem & latus quadrati esse rationem, quia ita potest multiplicari ut latus excedat diagonalem, sed hæc ratio dicitur irrationalis quia non potest exprimi numeris.

Coll. 3. Inter curvilinea & rectilinea esse rationem cum inter ea sit æqualitas & inæqualitas: nam Hippocrates Chius Lunulam

R 4 lam

lam crescentem, & Archimedes Parabolam quadravit, & Proclus inter angulos rectilineos & curvilineos æqualitatem demonstravit lib. 3. in primum Euclid. ad 12. axioma.

6. *In eadem ratione quantitates dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam, cum primæ & tertiæ æquemultiplicia, à secundæ & quartæ æquemultiplicibus, qualiscunque sit hæc multiplicatio, utrumque ab utroque vel unà deficiunt, vel unà æqualia sunt, vel unà excedunt, si ea sumantur, quæ inter se respondent.*

A Signo ostendit Euclides quomodo possimus cognoscere utrū quatuor quantitates sint in

in eadem ratione. 1°. Æquemultiplica, inquit, primam quantitatem & tertiam. 2°. Æquemultiplica secundam & quartam. 3°. conferas multiplicem primæ cum multiplici secundæ, & multiplicem tertiæ cum multiplici quartæ; & vide, utrum quotiescunque multiplex primæ deficit à multiplici secundæ, vel æqualis est, vel excedit, etiam multiplex tertiæ tunc deficiat à multiplici quartæ, vel æqualis sit vel excedat: tunc enim si id fiat, certò concludas, has quatuor quantitates esse in eadem ratione, si non fiat, nega esse.

8	6	12	9
---	---	----	---

4	2	6	3
---	---	---	---

A.	B.	C.	D.
----	----	----	----

Exemplum: volo scire utrum hæ quantitates A. B. C. D. sint in eadem

eadem ratione: 1°. æquemultiplico A. & C. puta per binarium. 2°. æquemultiplico B. & D. puta per ternarium, ut factum vides superius. 3°. conféro multiplicem primæ 8. cum multiplici secundæ 6. & multiplicem tertiæ 12. cum multiplici quartæ 9. & video non tantùm multiplicem secundæ deficere à multiplici primæ, sed multiplicem quartæ deficere à multiplici tertiæ.

12 12 18 18

4 2 6 3

A B C D.

Deinde iterum æquemultiplico A. & C. puta per ternarium: similiter æquemultiplico B. & D. puta per senarium (eadem est ratio de quocunque numero per quem æquemultiplices) tum video multiplicem primæ æqualem esse multiplici secundæ: & multipli-

tiplicem tertiæ multiplici quartæ.

8	16	12	24
4	2	6	3
A	B	C	D.

Tertio æquemultiplico A. & C. puta per binarium, æquemultiplico etiam B. & D. puta per octonarium & adverto multiplicem primæ 8. deficere à multiplici secundæ 16. & multiplicem tertiæ 12. à multiplici quartæ 24. & quia qualitercunque æquemultiplicem illas quantitates, semper se habet multiplex primæ ad multiplicem secundæ, ut se habet multiplex tertiæ ad multiplicem quartæ, id est simul deficient vel excedunt vel sunt æquales, propterea concludo esse quatuor illas quantitates proportionales & earum primam in eadem ratione esse ad secundam in qua est tertia ad quartam.

16	15	24	25
4	3	6	5
A	B	C	D.

Alterum exemplum. Proponantur aliæ quatuor A B C D. 1°. æquemultiplico A. & C. puta per quaternarium. 2°. æquemultiplico B. & D. puta per quinarium. 3°. Video multiplicem primæ 16. superare multiplicem secundæ 15. multiplicem verò tertiæ 24. superari à multiplici quartæ 25. quare concludo duas quantitates non esse in eadem ratione, quia si essent in eadem ratione, quadruplum tertiæ superaret quadruplum 4^a. Sicut quadruplum primæ, superat quadruplum secundæ. Id enim fieri debet qualiscunque sit multiplicatio. Quare licet duplum primæ superet duplum secundæ, & similiter duplum tertiæ superet duplum quar-

quartæ. Tamen non potest inde colligi quod sint proportionales; quia ut sint proportionales oportet ita fieri facta quavis multiplicatione.

SCHOLIUM.

Hæc sunt quæ ad verba & sensum Euclidis nunc occurrunt. Quod ad rem ipsam, nunquam judicavi definitionem illam posse inservire tyronibus: cum tradatur per obscurius. Sic itaque illam aliter enuncio. *Quatuor quantitates dicuntur esse proportionales, cum prima eodem modo continet secundam, vel continetur à secunda, quo tertia continet quartam vel continetur à quarta.* Nam quatuor quantitates esse proportionales, est primam ita se habere ad secundam, sicut tertia se habet ad quartam: hoc autem aliud nihil est, quam primam ita esse majorem vel minorem secundam.

S

cun-

cunda, sicut tertia major est vel minor quarta. Si autem res ita se habet, prima eodem modo continebit secundam, vel à secunda continebitur, quo tertia continebit quartam vel à quarta continebitur. Igitur quatuor quantitates dicuntur proportionales, cum prima eodem modo continet secundam, vel continetur à secunda, quo tertia continet quartam vel continetur à quarta.

Nota hanc definitionem convenire tum quantitatibus rationalibus, tum irrationalibus. Superest tantum explicandus ille modus continentiae vel contentionis qui dicitur idem. Ille autem modus dicitur idem dupliciter, primo cum prima quantitas continet secundam aut continetur à secunda toties exacte, quoties tertia continet quartam, aut continetur à quarta exacte, ita ut nulla pars supersit v. g. linea duorum pedum
toties

toties continet lineam unius pedis, quoties linea 6. pedum continet lineam 3. pedum. Similiterque linea unius pedis toties continetur in linea duorum pedum, quoties linea 3. pedum continetur in linea 6. pedum. Et proinde 4. illæ lineæ dicuntur proportionales.

Secundo, ille modus continentiae vel contentionis dicitur idem cum prima secundam, & tertia quartam æque continet; & præterea eandem partem, vel easdem partes; vel cum prima, cum tali sui parte aut talibus partibus continetur in secunda, quoties tertia cum eadem, aut talibus partibus continetur in quarta. Ut linea 10. pedum continet toties lineam 3. pedum & talem insuper ejus partem, quoties lineam 6. pedum qualemve ejus partem continet linea 20. pedum. Nam linea 10. continet ter lineam trium pedum

S 2 & in-

& insuper trientem ipsius ternarii, sicut linea 20. pedum continet ter 6. & insuper trientem ipsius senarii. Similiter linea 12. pedum toties continet lineam 5. pedum & tales ejus partes, quoties lineam 10. pedum qualesve ejus partes continet linea 24. Rursus linea 3. pedum cum tali sui parte continetur in linea 10. pedum sicut linea 6. pedum cum tali sui parte continetur in linea 20. pedum. Similiter linea 5. pedum cum talibus sui partibus continetur in linea 12. pedum, sicut linea 10. pedum cum talibus sui partibus continetur in linea 24. pedum.

7. Eandem autem habentem rationem quantitates, vocentur proportionales.

Nam quæ habent eandem rationem, habent rationum simili-

LIBER QUINTUS. 209
 militudinem seu proportionem.
 Quod si proportio non interrumpitur, dicitur continua proportio, qualis est in his numeris 4. 8. 16. 32. qui propterea dicuntur continue proportionales: secus autem dicuntur tantum proportionales ut 4. 2. 6. 3.

8. *Cum vero æquemultiplicium, multiplex primæ, excefferit multiplicem secundæ: at multiplex tertiæ, non excefferit multiplicem quartæ: tunc prima ad secundam, majorem rationem habere dicetur, quam tertia, ad quartam.*

16. 15. 24 25.

4. 3. 6. 5.

A B C D.

S C H O L I U M.

Vel potius ut in scholio ad definitionem 6. à contrario

S 3 tunc

tunc prima ad secundam maiorem rationem habet quam tertia ad quartam cum primum antecedens magis continet suum consequens quam alterum antecedens suum consequens, & contra.

9. *Proportio vero in tribus ad minimum terminis consistit.*

Cum proportio sit rationum similitudo : ratio autem sit duarum magnitudinum ejusdem generis comparatio, duarum una dicitur antecedens, alia consequens : in proportionem, ad minimum duo requiruntur antecedentia, & duo consequentia: quia tamen medius terminus potest esse consequens primæ & antecedens secundæ rationis, propterea proportio potest esse in tribus terminis, nimirum quæ continua est ut 16. 8. 4. quæ vero non est continua,

tinua, postulat quator terminos
ut 16. 4. 12. 3.

10. *Cum autem tres quantitates proportionales fuerint: prima ad tertiam dicitur duplicatam habere rationem, eam quam habet ad secundam. At cum quatuor quantitates continue proportionales fuerint: prima ad quartam dicitur triplicatam habere rationem, eam quam habet ad secundam: & semper deinceps uno amplius, quandiu proportio extiterit.*

Differunt ratio dupla & ratio duplicata, itemquem ratio tripla, & ratio triplicata, ut ista ostendunt exempla.

64.	16.	4.	1.
A.	B.	C.	D.

S 4

Pri-

Primum sint quatuor quantitates A. B. C. D. continue proportionales, nulla ex ipsis erit ratio dupla vel tripla, & erit nihilominus in ipsis una ratio duplicata & una triplicata: quia ratio primæ ad secundam erit inter primam & tertiam duplicata. Erit porrò illa ratio primæ ad secundam quadrupla. Quartæ ad tertiam quadrupla duplicata, id est quater quadrupla seu sexdecupla. Primæ ad quartam quadrupla triplicata, id est quater quater quadrupla, id est quater sexdecupla, id est, sexagequadrupla.

Secundum. Sint quantitates
 quatuor ^{1.} E. ^{2.} F. ^{4.} G. ^{8.} H. continue
 proportionales, erit prima sub-
 dupla secundæ. Secunda tertiæ.
 Tertia quartæ: Erit tamen ratio
 primæ ad tertiam dupla rationis
 quam habet prima ad secundam.
 Erit

tertia ad quartam : homologæ dicenter prima & tertia inter se, secunda item & quarta inter se, quia easdem vices gerunt prima & tertia, & similiter secunda & quarta.

Sequuntur modi argumentandi in proportionibus, qui inferius suis locis demonstrabuntur.

12. *Alternata ratio, est sumptio antecedentis ad antecedentem, & consequentis ad consequentem.*

Quia Geometræ quinque diversas conclusiones colligunt ex una quatuor quantitatum proportionem, propterea quinque modos illarum conclusionum nunc definit Euclides. Prima est alterna, hoc est permutata ratio, seu permutando quantitates & comparando ipsas antecedentes inter

inter se , & ipsas consequentes
inter se.

$$\begin{array}{cccc} 9. & 3. & 6. & 2. \\ A. & B. & C. & D. \end{array}$$

puta. ex eo quod proportionales
sunt A B C D. estque ut A. ad
B. ita C. ad D. inferam ergo
permutando ut A. ad C. ita B.
ad D.

13. *Inversa ratio , est
sumptio consequentis instar
antecedentis ad anteceden-
tem velut consequentem.*

Secunda species seu modus ar-
gumentandi dicitur inversa
ratio, quando consequens instar
antecedentis sumitur, inverte-
ndo scilicet terminos proportio-
nis, & ad antecedens velut ad
consequens comparatur. Nam

quia est ut $A. \overset{9}{\text{ad}} B. \overset{3}{\text{ita}} C. \overset{6}{\text{ad}} D. \overset{2}{\text{}}$
Ergo

Ergo invertendo inferam ut

$\overset{3}{B.}$ ad $\overset{9}{A.}$ ita $\overset{2}{D.}$ ad $\overset{6}{C.}$

14. *Compositio rationis, est sumptio antecedentis cum consequente, velut unius ad ipsum consequentem.*

Tertia species dicitur compositio rationis cum antecedens simul cum consequente instar unius sumitur, & ad consequens comparatur. Sic, Quia est ut $\overset{9}{A.}$ ad $\overset{3}{B.}$ ita $\overset{6}{C.}$ ad $\overset{2}{C.}$ ergo componendo erit, ut $\overset{12}{AB.}$ ad $\overset{3}{B.}$ ita $\overset{8}{CD.}$ ad $\overset{2}{D.}$

15. *Divisio rationis est sumptio excessus, quo consequentem superat antecedens,*

dens, ad ipsum consequentem.

Hoc est comparatio differentiae terminorum cum alterutro ipsorum.

Ut quia est ut $A.$ ad $B.$ ita $C.$ ad $D.$
erit dividendo ut 6. ad 3. ita 4. ad 2.
vel ut 6. ad 9. ita 4. ad 6.

16. Conversio rationis, est sumptio antecedentis ad excessum, quo superat antecedens ipsum consequens.

Hoc est, comparatio unius termini cum differentia terminorum.

ut quia est ut $A.$ ad $B.$ ita $C.$ ad $D.$
Erit convertendo rationem.

ut 9. ad 6. ita 6. ad 4.

vel ut 3. ad 6. ita 2. ad 4.

Unde vides quod conversio est divisionis inversio.

T

17. Ex

17. *Ex æqualitate ratio est, si plures duabus sint quantitates, & his aliæ multitudine pares, quæ binæ sumantur in eadem ratione: cum ut in primis magnitudinibus prima ad ultimam, sic & in secundis magnitudinibus, prima ad ultimam se habeat. Vel.*

Sumptio extremorum, per subtractionem mediorum. Ut si sint plures magnitudines.

12	4
A B	C

Et aliæ totidem.

6	2	
D E	F	binæ &

binæ in eadem ratione hoc est ut

12
A. ad

¹²A. ad ⁶B. quidpiam. ita ⁶D. ad ⁶E.
quidpiam, & ut B. ad C. ita. E. ad
E. erit ex æquo ut in prioribus

¹²A. ad ultimam ⁴C. ita in poste-

⁶rioribus ²D. ad ²F. Nullum nu-
merum oportet opponere ipsis B.
& E. quia hîc non agitur de ipso,
sed in sequentibus. Continet au-
tem æqualitas rationis duos mo-
dos argumentandi ex proportione
plurima, quam quatuor quantita-
tum: hos duæ sequentes definitio-
nes explicant.

18. *Ordinata proportio
est, cum fuerit quemadmo-
dum antecedens ad conse-
quentem, ita antecedens ad
consequentem: fuerit etiam
ut consequens ad aliud quid-
piam, ita consequens ad a-
liud quidpiam.*

T 2

Dici-

Dicitur ordinata proportio, qua duæ partes proportionis eundem servant suarum rationum ordinem.

$$\begin{array}{ccc} 12 & 6 & 4 \\ A & B & C \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 6 & 3 & 2 \\ D & E & F \end{array}$$

Exemplum, esto utrusque partium prima ratio est dupla, secunda ratio est sesquialtera. Concluditur quod ut est A . ad C . ita est D . ad F .

19. *Perturbata autem proportio est, cum tribus positis magnitudinibus, & aliis quæ sint his multitudine pares: ut in primis quidem magnitudinibus se habet antecedens*

cedens ad consequentem: ita in secundis magnitudinibus antecedens ad consequentem: ut autem in primis magnitudinibus consequens ad aliud quidpiam: sic in secundis magnitudinibus quidpiam ad antecedentem.

Hoc est, cum ut in primis, prima se habet ad secundam, ita in secundis secunda ad tertiam; & ut in primis secunda ad tertiam, ita in secundis, prima se habet ad secundam, dicitur hæc proportio perturbata, quia una proportionis pars non servat ordinem rationum alterius partis. Exemplum esto.

12	6	4	
A	B	C	.

6	4	2
D	E	F
	T	3

In

In prima propositionis parte, ratio dupla præcedit sesquialteram.

In secunda parte sequitur,

Concluditur tamen perinde atque in proportionem ordinata.
Quod ut est

$$\begin{array}{rcl} & 12 & 4 \\ & A & \text{ad } C \\ \text{Sic est } & 6 & 2 \\ & D & \text{ad } F \end{array}$$

Axioma ex Tacqueto.

Datis tribus quantitabilibus dabilis est quarta ad quam tertia talem rationem habet, qualem prima ad secundam, hoc est, quoties prima continet vel continetur à secunda, toties tertia continet vel continetur à quarta.

NOTA.

Cum per plurimam hujus libri propositiones tamquam axiomata haberi possunt, subinde simpliciter nulla adhibita demonstratione declarabo.

Acutissimi Tacqueti Methodus laudanda, sed ne in totum videar discedere à Fournier ordinem propositionum prosequar.

PRO-

PROPOSITIO I.

3. 1: 3. 1. Si sint quotcunque Th. 1.
 A. E. C. F. magnitudines quotcun-
 6. 2. que magnitudinum æ-
 G. H. qualium numero, sin-
 gula singularum æquemultiplices;
 quam multiplex est unius una ma-
 gnitudo, tam multiplices erunt &
 omnes omnium.

Id est quia ^a æquemultiplices ^a Def.
 sunt A. ad E. & C. ad F. Si A. ^{2.} 5.
 & C. jungantur in G. similiterque
 E. & F. in H, quam multiplex erit
 A. ipsius E. & C. ipsius F. tam
 multiplex erit G. ipsius H.

Prob. Quia tam G. quam H.
 æquali numero partium continen-
 tium ac contentarum augentur.

PROPOSITIO II.

Th. 2. 6 3 4 2 Si prima A. secunda
 A. B. C. D. B. a què fuerit multi-
 9 6 15 10 plex, atque tertia C.
 E. F. G. H. quarta D. fuerit au-
 tem & quinta E. secunda B. a què
 multiplex, atque sexta F. quarta D.
 erit & composita prima cum quinta
 E. nempe G. secunda B. a quemul-
 tiplex, atque tertia C. cum sexta F.
 nempe H. quarta D.

Prob. ex hypothefi secunda B.
 & quarta D. pari numero con-
 tinentur in suis multiplicibus A. &
 C. nempe bis. Similiterque eadem
 secunda B. & quarta D. pari nume-
 ro continentur in suis aliis multi-
 plicibus E. & F. nempe ter. Ergo
 per præcedentem, continebuntur
 etiam pari numero in multiplici-
 bus collectis, hoc est si compo-
 nantur A. & E. ut fiat G. similiter-
 que F. & G. ut fiat H. quemadmo-
 dum G. 15. continet B. 3. quin-
 quies. Ita H. 10. continebit D. 2.
 quinquies.

P R O-

PROPOSITIO III.

4 2 6 3 Si sit prima A. secun-
 ABCD da B. aequè multiplex, th. 3.
 8 12 atque tertia C. quarta
 E F D. sumantur autem æ-
 quemultiplices E. & F. prima A.
 & tertia C: erit ex æquo sumpta-
 rum, utaque utriusque æquemul-
 tiplex, altera quidem E. secunda,
 B. altera autem F. quarta D.

Prob. Ponuntur B. & D. æ-
 qualiter contineri in singulis
 A. & C. ergo æqualiter^a conti-
 nentur etiam in iisdem pari nume-
 ro multiplicatis in E. & F. a. 1.



P R Q

PROPOSITIO IV.

4 2 6 3 Si prima A. ad secun-
 ABCD dam B. eandem habue-
 8 6 12 9 rit rationem ac tertia ad
 Th. 4. EF GH quartam: etiam equi-
 multiples prima E. & tertia G.
 ad æquemultiples secunda F. &
 quarta H. juxta quamvis multipli-
 cationem eandem habebunt ra-
 tionem, si prout inter se respondent,
 sumpta fuerint.

Posita & explicata superius à
 nobis definitione 6. hanc
 propositionem sic breviter per-
 stringo.

Ratio patet præsertim ex scho-
 lio 6. def. utique idem est quatuor
 quantitates in eadem esse ratione
 & earum æquimultiplicia vel una
 deficere vel una excedere vel una
 equalia esse, quemadmodum idem
 est & vel conferre singulas B. &
 D. ad

D. ad singulas A. & C. atque B. & D. æqualiter multiplicatas ad A. & C. pari inter se numero multiplicatas.

Corollarium.

Hinc etiam patet veritas rationis conversæ. Nam si A. est ita majus ipso B. sicut C. ipso D. est evidens B. ita minus fore ipso A. sicut D. ipso C. minus est. Nec minus foret evidens si A. & C. sumpta essent æqualia, aut minora ipsis B. & D.

PRO-

PROPOSITIO V.

78. 4. $E\ 4\ F\ 2$ Si magnitudo $A.$
 $C\ 8\ D\ 4$ magnitudinis $B.$ ita
 $A\ 12\ B\ 6$ multiplex fuerit : ut
 ablata $C.$ ablata $D.$ etiam reliqua
 $E.$ reliqua $F.$ ita multiplex erit , ut
 tota $A.$ totius $B.$

Patet. Sit enim $A.$ duplum
 ipsius $B.$ & pars ablata $C.$ du-
 pla similiter partis ablatæ $D.$ er-
 go si residua $E.$ non est duplex re-
 siduæ $F.$ omnes partes totius $B.$
 non continentur in omnibus par-
 tibus toties $A.$ sicut totum in to-
 to. Est ergo residua residuæ ita
 multiplex , ut tota totius

P R O-

PROPOSITIO XVIII.

$C \ 12 \quad E \ 6$ Si *divisa* *Th. 18.*
 $A \ 16 \quad B \ 8$ *magnitudi-*
 $D \ 4 \quad F \ 2$ *nes sint*
proportionales, hæ quoque compositæ
proportionales erunt.

Sit ut D. ad C. ita F. ad E.
 Erit & A. ad D. ut B. ad F.

Prob. Ex hypothesi partes C.
 E. simili ratione continent partes
 D. F. ergo si hæ illis addantur,
 tota A. B. adhuc simili ratione
 continebunt suas partes D. F.

N O T A.

Hæc propositio & præcedens
 cujus est conversum, eodem jure
 inter axiomata quo 2.3.& axioma
 lib. 1. recenseri posset.

X P R O-

PROPOSITIO V.

th. 4. $E\ 4\ F\ 2$ Si magnitudo $A.$
 $C\ 8\ D\ 4$ magnitudinis $B.$ ita
 $A\ 12\ B\ 6$ multiplex fuerit : ut
 ablata $C.$ ablata $D.$ etiam reliqua
 $E.$ reliqua $F.$ ita multiplex erit , ut
 tota $A.$ totius $B.$

Patet. Sit enim $A.$ duplum
 ipsius $B.$ & pars ablata $C.$ du-
 pla similiter partis ablatæ $D.$ er-
 go si residua $E.$ non est duplex re-
 siduæ $F.$ omnes partes totius $B.$
 non continentur in omnibus par-
 tibus toties $A.$ sicut totum in to-
 to. Est ergo residua residuæ ita
 multiplex , ut tota totius

P R O-

PROPOSITIO XVIII.

$C \ 12 \quad E \ 6$ Si *divisa* *rb. 18.*
 $A \ 16 \quad B \ 8$ *magnitudi-*
 $D \ 4 \quad F \ 2$ *nes sint*
proportionales, hæ quoque compositæ
proportionales erunt.

Sit ut D. ad C. ita F. ad E.
 Erit & A. ad D. ut B. ad F.

Prob. Ex hypothefi partes C.
 E. simili ratione continent partes
 D. F. ergo si hæ illis addantur,
 tota A. B. adhuc simili ratione
 continebunt suas partes D. F.

N O T A.

Hæc propositio & præcedens
 cujus est conversum, eodem jure
 inter axiomata quo 2.3.& axioma
 lib. 1. recenseri posset.

X

P R O-

PROPOSITIO XIX.

Th. 19.
 $\begin{array}{ccccc} & D & 4 & F & 2 \\ A & 16 & & B & 8 \\ & C & 16 & E & 6 \end{array}$
*Si quem-
admodum
totum A.
ad totum B. ita ablatum D. se ha-
buerit ad ablatum F. & reliquum
C. ad reliquum E. ut totum A. ad
B. se habebit.*

a 16. 5. **P**rob. A. B. D. F. ponuntur
 b 17. 5. proportionales ; erit a ergo
 ut B. ad F. ita A. ad D. Ergo b
 erit ut F. ad E. ita D. ad C. Ergo
 ut F. ad D. ita E. ad C. hoc est
 ut tota A. ad totam B. cum posita
 sit A. ad B. ut D. ad F.

Brevius quia aliter omnes par-
 tes essent majores omnibus parti-
 bus , quam totum toto. Idem
 fere cum quinta.

PRO-

PROPOSITIO XX.

12 9 6 Si sint tres magnitudines
 A B C A B C. & alia DEF. ^{Tb. 20.}
 8 6 4 ipsis aequales numero, qua
 D E F bina & in eadem ratione
 sumantur (hoc est ut A. ad B. ita
 D. ad E. & ut B. ad C. ita E.
 ad F.) Ex aequo autem prima A.
 quam tertia C. major fuerit, erit &
 quarta D. quàm sexta F. major.
 Quod si prima tertia aequalis fuerit,
 erit & quarta aequalis sextæ, sin illa
 minor, hac quoque minor erit.

Prob. Sit major A. quam B. a
 ergo major erit ratio ipsius A. a 8. 5.
 ad B. quam C. ad B. sed ratio A.
 ad B. æqualis est rationi D. ad E.
 ergo etiam D. ad E. ratio major
 est quam B. ad C. hoc est E. ad F.
 quare D. major erit F. per 10. 5.
 Haud secus concludam si A. ipsi
 C. æqualis ponatur aut minor. In-
 terpretes idem probant de quot-
 cunque magnitudinibus, non de
 tribus tantum.

X 2

P R O-

PROPOSITIO XXI.

18 12 4 Si sint tres magnitudi-
 Th. 21. A B C A B C. & ipsis aequales
 27 9 6 numero DEF. quæ bina
 D E F & in eadem ratione su-
 mantur, fueritque perturbata ea-
 rum proportio (hoc est ut A. ad B.
 sic E. ad F. & ut B. ad C. sic D.
 ad E) Ex aquo autem prima A.
 quam tertia C. major fuerit: erit
 & quarta D. quam sexta F. major.
 Quod si prima tertia fuerit æqualis,
 erit & quarta æqualis sexta, sin illa
 minor, hac quoque minor erit.

Prob. Sit A. major quam C.
 ergo per 8. A. ad B. maiorem
 rationem habebit quam C. ad B.
 sed ratio A. ad B. æqualis est ra-
 tionem E. ad F. ergo etiam ratio E.
 ad F. major erit rationem B. ad C.
 hoc est D. ad E. adeoque per
 10. 5. F. minor erit quam D.
 Idem ostendetur si A. minor vel
 æqualis fuerit D.

P R O-

PROPOSITIO XXII.

12 9 6 8 6 4 Si fuerint *Tb.* 22.
 A B C D E F quotcunque
 24 18 12 16 12 8 magnitudines
 G H I L M N ABC. & a-
 lia ipsis aequales numero DEF. qua
 bina in eadem ratione sumantur
 (hoc est ut A. ad B. ita D. ad E.
 & ut B. ad C. ita E. ad F.) & ex
 aequalitate in eadem ratione erunt.
 Hoc est erit A. ad C. sicut D.
 ad F.

Prob. Sumantur ipsarum ABC.
 æquemultiplicia GHL. & ipsarum
 DEF. æquemultiplicia, LMN. cum
 simplicia sint in eadem ratione A. ad
 B. ut D. ad E. & B. ad C. ut E. ad F.
 a erunt eorum multiplicia G. ad H. a 15. 5.
 & H. ad I. ut L. ad M. & M. ad. N.
 Ergo si quotvis magnitudines GHI.
 & aliæ totidem LMN. binæ sumantur
 in eadem ratione quarum b primæ b 20. 5.
 ultimam in utroque ordine simul ex-
 cedunt, æquantur, vel deficiunt, ea-
 rum simplices erunt in eadem ratione,
 hoc est A. ad C. c ut D. ad F. c 6.

Def.

X 3

PRO-

PROPOSITIO XXIII.

Tab. 23. 18 12 4 Si fuerint tres magni-
 A B C tudines A B C. aliaque
 27 9 6 ipsis aquales numero
 D E F DEF. qua bina in ea-
 tione sumantur, fuerit autem per-
 bata eadem ratio (hoc est sit A.
 ad B. ut E. ad F. & ut B. ad C.
 ita D. ad E.) etiam ex aequalitate
 in eadem ratione erunt (hoc est ut
 A. ad C. ita D. ad F.)

a 22. 5. **P**rob. ^a Si A. excedit C. æqua-
 tur vel deficit; D. excedet F.
b 15. 5. æquabitur, vel deficiet. ^b Idem-
 que fiet in æquemultiplicibus.
c 17. Def. Ergo ex ^c æqualitate in ^d eadem
d 6. Def. ratione est A. ad C. ita D.
 ad F.

PRO-

PROPOSITIO XXIV.

4 2 6 Si prima A. ad secun- 7b. 24.
 A B C dam B. eandem habue-
 3 10 15 rit rationem , quam
 D E F tertia C. ad quartam
 14 21 D. habuerit autem &
 G H quinta E. ad secundam
 B. eandem rationem quam sexta F.
 ad quartam D. Etiam G. composita
 prima cum quinta : ad secundam B.
 eandem habebit rationem, quam H.
 tertia cum sexta , ad quartam D.

Prob. Ex hypothefi B. est talis
 pars singularum A. & E. qualis
 est D. singularum C. & F. Ergo
 a erit quoque B. talis pars com- a 18. 3.
 positarum A. & E. in G. qualis
 est ipfarum C. & F. composita-
 rum in H.

PROPOSITIO XXV.

12	4	9	3.
A	B	C	D.
E	3.	F	1.

Th. 25. Si quatuor magnitudines ABCD. proportionales fuerit : maxima A. & minima D. reliquis duabus B C. majores erunt.

Nam si ab A. 12. demas C. 9. remanebit E. 3. item si à B. 4. auferas D. 3. remanebit F. 1. nunc quoniam est A. ad B. ita C. ad D. erit quoque dividendo A. ad B. ita E. 3. F. 1. sed A. major est C. ergo & E. major erit F. ergo A. composita ex C. & E. plus D. major erit quam B. composita ex C. & F. plus C. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXVI.

8 4 5 3 Si prima A. ad se-^{ta}. 26.
 A B C D cundam B. habuerit
 majorem rationem quàm tertia C.
 ad quartam D. habebit converten-
 do, secunda B. ad primam A. mi-
 norem, quàm quarta D. ad ter-
 tiam C.

Hæc & reliquæ octo proposi-
 tiones, cùm non sint Eu-
 clidis, eas non aliter demonstra-
 bimus quàm indicando proposi-
 tiones Euclidis in quibus virtute
 continentur.

Hanc vero propositionem 4.
 & 10. hujus elementi contineri,
 patet manifestè.

P R O-

PROPOSITIO XXVII.

16. 27. $\frac{8}{A} \frac{4}{B} \frac{5}{C} \frac{3}{D}$ Si prima A. ad secundam B. habuerit maiorem rationem, quam tertia C. ad quartam D. habebit quoque vicissim prima A. ad tertiam C. maiorem rationem, quam secunda B. ad quartam D.

Continetur prop. 16.

PROPOSITIO XXVIII.

17. 28. $\frac{8}{A} \frac{4}{B} \frac{5}{C} \frac{3}{D}$ Si prima A. ad secundam B. habuerit maiorem rationem, quam tertia C. ad quartam D. habebit quoque composita prima cum secunda E. ad secundam B. maiorem rationem, quam composita tertia cum quarta F. ad quartam D.

Continetur prop. 18.

PRO-

PROPOSITIO XXIX.

8 4 5 3 Si composita E. prima *th.* 29.
 A B C D cum secunda, ad secun-
 E 12 F 8 dam B. majorem ha-
 buerit rationem quàm composita F.
 tertia cum quarta ad quartam D.
 habebit quoque dividendo, prima A.
 ad secundam B. majorem rationem
 quàm tertia C. ad quartam D.

Continetur propositione 17.

PROPOSITIO XXX.

8 4 5 3 Si composita E. prima *th.* 30.
 A B C D cum secunda, ad secun-
 E 12 F 8 dam B. habuerit mayo-
 rem rationem, quam composita F.
 tertia cum quarta, ad quartam D.
 habebit per conversionem rationis,
 prima cum secunda E. ad primam
 A. minorem rationem, quam tertia
 cum quarta F. ad tertiam C.

Continetur prop. 19.

PRO-

PROPOSITIO XXXI.

16	8	4.	9	5	3.
A	B	C.	D	E	F.

Th. 31. *Si sint tres magnitudines A B C.
& alia ipsis æquales numero D E F.
sitque major ratio prima priorum
A. ad secundam B. quam prima po-
steriorum D. ad secundam E. Item
secunda priorum B. ad tertiam C.
major quam secunda posteriorum E.
ad tertiam F. erit quoque ex æqua-
litate major ratio prima priorum
A. ad tertiam C. quam prima po-
steriorum D. ad tertiam F.*

Continetur prop. 20. & 22.

P R O-

PROPOSITIO XXXII.

16 8 5 Si sint tres magnitudi- Tb. 32.
 A B C nes A B C. & alia ipsis
 9 6 4 aequales numero DEF.
 D E F sitque major ratio prima
 priorum A. ad secundam B. quam
 secunda posteriorum E. ad tertiam
 F. Item secunda priorum B. ad ter-
 tiam C. quàm prima posteriorum
 D. ad secundam E. Erit quoque
 ex aequalitate major ratio prima
 priorum A. ad tertiam C. quam pri-
 ma posteriorum D. ad tertiam F.

Continetur prop. 21. & 23.

PROPOSITIO XXXIII.

12 6 Si fuerit major ratio totius Tb. 33.
 A B A. ad totum B. quam ablati
 4 3 C. ad ablatum D. erit &
 C D reliqui E. ad reliquum F.
 8 3 major ratio, quam totius A.
 E F ad totum B.

Continetur propositione 18.

Y PRO-

PROPOSITIO XXXIV.

12 8 4. 6 5 3 *Si sint quot-*
 76. 34. *A B C. D E F cunque magni-*
tudines ABC. & alia ipsis aequales
numero D E F. sitque major ratio
primæ priorum A. ad primam poste-
riorum D. quam secunda B. ad se-
cundam E. & B. ad eundem E.
major, quam tertia C. ad tertiam
F. & sic deinceps: habebunt omnes
priores simul ABC. ad omnes poste-
riores simul DEF. majorem ratio-
nem quam omnes priores B C. re-
lictæ prima A. ad omnes posteriores,
EF. relictæ quoque prima D. mino-
rem autem, quam prima priorum A.
ad primam posteriorum D. majorem
denique etiam quam ultima priorum
C. ad ultimam posteriorum F.

Hujus nullus usus & facilis
 demonstratio ex præceden-
 tibus.

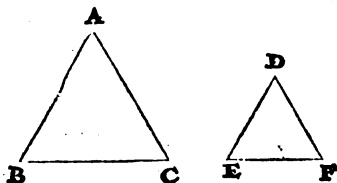
N O T A.

Quidam inter celebriores numerant.
 15. 16. 17. 18.

E U-

EVCLIDIS ELEMENTUM VI.

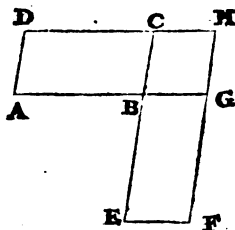
DEFINITIONES.



1. *Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ & angulos singulos singulis æquales habent, atque etiam latera, quæ circum angulos æquales sunt, proportionalia.*

Duas condiciones requirit,
 1. ut anguli sint æquales
 singuli singulis, ut hic A. & D. B.
 & E. C. & F. 2. ut latera circa
 æquales angulos sint proportio-
 Y 2 nalia,

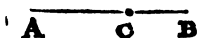
alia, hoc est ita se habeat BA . ad AC . ut ED . ad DF . quod si harum altera defuit, non dicentur similes. Sic quadratum & altera parte longius non sunt similes figuræ.



2. *Reciproca autem figurae sunt, cum in utraque figura, antecedentes & consequentes rationum termini fuerint.*

Hoc patet maxime in parallelogrammis & triangulis: nam si qua ratione AB . est ad BG .
in

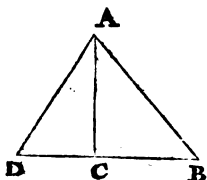
in eadem sit BE. ad BC. erunt reciprocae figuræ, nam in utroque est antecedens & consequens diverfarum rationum.



3. *Secundum extremam & mediam rationem, recta AB. secta esse dicitur, cum ut tota AB. ad majus segmentum AC. ita majus AC. ad minus CB. se habuerit.*

Ob miram sui utilitatem, hæc proportio, divina communiter appellatur; ast mirum quod 11. prop. lib. 2. hic inter definitiones annumeratur, nisi velis veritatem jam demonstratam hic resumere.

Y 3 4. AL



4. *Altitudo cujusque figurae, est linea perpendicularis AD. à vertice ad basim deducta.*

Cum ut ait Ptol. lib. de Anal. mensura cujusque rei debeat esse statuta, merito Euclides à perpendiculari altitudinem petit cujusvis figurae: sola enim perpendicularis est statuta & certae longitudinis: hanc vero altitudinem lib. I. vocavit esse in iisdem parallelis.

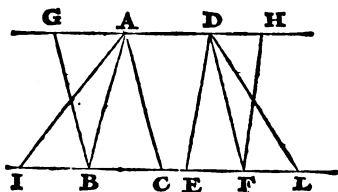
5. *Ra-*

5. *Ratio ex rationibus componi dicitur, cum rationum quantitates, inter se multiplicatæ, aliquam effe- rint rationem.*

Quod Euclides vocat quanti- tates rationum, solent Geo- metrae vocare Denominatorem. Numerus enim est à quo petitur nomen proportionis ; sic 4. est denominator rationis quadruplæ : 3. triplæ. Ratio igitur est ratio- nibus componi dicitur, quando harum denominatores seu quanti- tates rationum inter se multiplica- tæ aliquam aliam rationem fece- rint. Sic ex ratione dupla & tri- pla componitur sextupla, quæ est ratio ex rationibus : nam sex componitur ex denominatore du- plæ 3. Inter se enim multiplicati faciunt 6. denominatorem ratio- nis sextuplæ compositæ.

260 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO I.

Th. I.

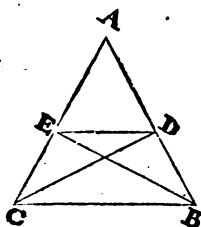


Triangula ABC. DEF. & parallelogramma CG. DF. quorum
^aDef. 4. ^a eadem fuerit altitudo GH. BF. ita se habent inter se, ut bases BC. EF.

Id est, eam inter se habent rationem quam bases. Prob. Triangula ejusdem altitudinis ^a possunt
^aDef. 4. ^b 36. inter parallelas constitui: ^b tunc autem quæ æqualem habebunt basim, erunt æqualia, quæ majorem majora, quæ minorem minora.
^c 15. 5. Idemque ^c est de æquemultiplicibus. Ergo absolute triangula se habent ut bases, similiterque parallelogramma; cum sint dupla
^d 34. I. ^d triangulorum.

PRO-

PROPOSITIO II.



*Si ad trian- Tb. 2.
guli ABC. la-
tus unum CB.
parallela du-
catur ED. hac
proportionali-
ter secabit
ipsius trian-*

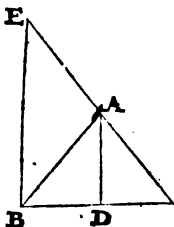
*guli latera AC. AB. Et si trianguli
latera, proportionaliter secta sint,
recta DE. per puncta sectionis
ducta, erit parallela ad reliquum
ipsius trianguli latus CB.*

Prob. Ductis duabus rectis EB. DC.
a erunt triangula EDC. EDB. super a 37. 1.
eandem basim ED. & inter easdem
parallelas ED. CB. æqualia. b Ergo ut b 1. 6.
AED. ad ECD. ita AE. ad EC. c (sunt c Def. 4.
enim in eadem altitudine) & ut ADE.
ad DBE. ita AD. ad DB. d ergo ut AE. ad d 7. 5.
EC. ita AD. ad DB. 2. Ponantur jam la-
tera AC. AB. proportionaliter secta in E.
& D. cum AED. ad DEC. eandem habe-
at rationem, quam ad EDB. (nam est ut
AE. ad EC. sic AD. ad DB. cum triangu-
la sint ejusdem altitudinis) e erunt DEC. e 9. 5.
EDB. æqualia, & quia sunt in eadem
basi ferunt inter parallelas. Q. E. D. f 39. 1.

PRO.

PROPOSITIO III.

Th. 3.



*Si trianguli
ABC. angu-
lus A. bifa-
riam sectus sit:
secans autem
angulum recta
AD. secet &
basim BC. ba-*

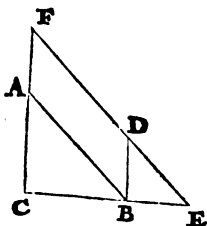
*sis segmenta BD. DC. eandem
habebunt rationem, quam reliqua
trianguli latera BA. AC. & si
basim segmenta BD. DC. can-
dem habeant rationem, quam re-
liqua trianguli latera BA. AC.
recta AD. qua à vertice A. ad
sectionem D. producitur, bifa-
riam secat trianguli ipsius angu-
lum A.*

a 31. 1. **P**rob. Ad punctum B. ^a aga-
tur BE. ipsi DA. parallela,
b 17. & cui CA. producta ^b occurrat in
29. 1. E. tunc erit EBA. ^c æqualis
alter-

alterno B A D. & E. externo
 D A C. ergo cum anguli B A D.
 C A D. æquales ponantur, erunt
 anguli E B A. & E. æquales, &
 rectæ B A. A F. ^d æquales. ^d 6. 1.
 Ergo cum in triangulo E B C.
 rectæ D A. B E. parallelæ sint,
 ut E A. hoc est B A. ad A C.
^e ita B D. ad D C. Sit rursus ^e 3. 6.
 ut B A. ad A C. sic B D. ad
 D C. ut autem B D. ad D C.
 ita ^f est E A. ad A C. ^g Ergo ^f 16.
 ut B A. ad A C. ita E A. ad ^g 11. 5.
 A C. ^h æquales ergo B A. E A. ^h 9. 5.
 & ⁱ anguli A B E. & E. Cum ⁱ 5. 1.
 ergo A B E. alterno B A D.
 æqualis sit & E. externo D A C.
 erunt anguli B A D. D A C.
 æquales.

264 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO IV.

Th. 4.



*Æquiangu-
lum triangu-
lorum ACB.
DBE. propor-
tionalia sunt
latera (hoc est
ut AD. ad CB.
ita DB. ad BE.)
qua circa æ-
quales angulos
C. & B. & ho-*

*mologa sunt latera BA. ED. qua æquali-
bus angulis C. & B. subtenduntur.*

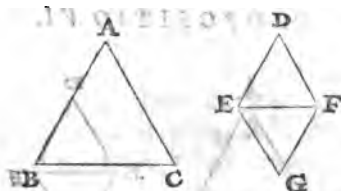
- P**rob. Sic in directum statue rectas
CB. BE. ut angulus extern. DBE.
interno C. sit æqualis: tunc DB. &
AC. a erunt parallelæ: similiterque ED.
BA. cum anguli E. & ABC. sint æquales.
Et quia anguli ACB. ABC. hoc b est
DEB. minores sunt c duobus rectis, si
a 28. 1. producantur ED. CA. convenient d puta
in F. e Eritque DA. parallelogrammum.
b 29. 1. Cum igitur in triangulo FCE. rectæ DB.
c 17. 1. FB. sint parallelæ, f erit ut ED. ad DF.
d Ax. hoc est BA. ita EB. ad BC. Cumque BA.
11. EF. sint item parallelæ, erit CB. ad BE.
e 34. 1. ut CA. ad AF. hoc est BD. & ut AB. ad
f 2. 6. BE. ita ED. hoc est AB. ad DE.

SCHOLIUM.

*Qua hinc vulgo colliguntur nota erunt
demonstrata prop. 8. cum annexo scholio.*

PRO-

PROPOSITIO V.



Th. 5.

*Si duo triangula ABC. DEF.
latera AB. BC. proportionalia
ipsis DE. EF. habuerint, erunt æ-
quiangula, eosdemque angulos,
DA. EB. FC. habebunt æquales,
quibus homologa latera subtendun-
tur.*

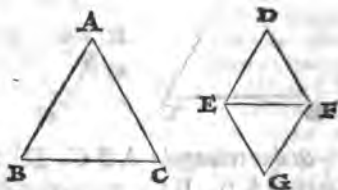
Prob. Super recta EF. ad punctum
E. a ponatur angulus FEG. angulo ^{a 23. 7.}
B. æqualis & ad F. alius ipsi C. con-
sequenter reliquus G. reliquo A. b æ- ^{b 32. 1.}
qualis, sicque fiant triangula ABC. EFG.
æquiangula; ergo GE. erit ad EF. ut
AB. ad BC. hoc est ex hypot. DE. ad EF.
quare GE. æqualis erit DE. Simili ratio- ^{c 9. 7.}
ne GF. æqualis est DF. cumque latus
EF. utrique triangulo commune est
erunt triangula ABC & DEF. per. 8. 1.
æquiangula &c. Q. E. D.

Z

PRO-

PROPOSITIO VI.

Fig. 6.



Si duo triangula ABC. DEF. unum habeant æqualem angulum A. & D. & latera circa eum proportionalia (ut BA. ad AC. ita ED. ad DF.) erunt æquiangula, angulosque habebunt æquales E. B. C. F. quibus homologa latera BA. ED. AC. DF. subtenduntur.

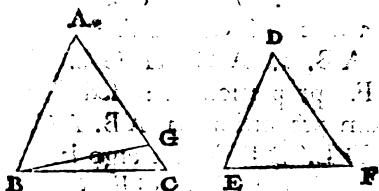
Prob. Ad rectam EF, angulos FEG. EFG. fac æqua-

æquales ipsis B. C. erit & G.
 æqualis A. quia ergo æquian-
 gula sunt ABC. GEF. ^aerunt ^a4. 6.
 ut AB. ad AC. ita GE. ad
 GF. proportionalia : sed sunt
 etiam proportionalia AB. AC.
 & DE. DF. ^bsunt ergo late- ^b 11.
 ra DE. DF. ipsis GE. GF. ^c9. 5.
 æqualia. Cumque basis EF. sit
 communis, triangula DEF.
 EFG. ^cæquiangula sunt : ^d ^c8. 1.
 ergo etiam æquiangula ABC. ^d 12. 1.
 DEF. Q. E. D.

Z 2

PRO-

268: ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO VII.



7. Si duo triangula ABC. DEF. unum angulum A. uni angulo D. equalem, circum autem alteros angulos B. E. latera proportionalia habeant (ut AB. ad BC. ita ED. ad EF.) reliquorum vero B. E. simul utrumque, aut minorem aut non minorem recto : equiangula erunt triangula, & aequales habebunt angulos ABC. DEF. circum quos sunt proportionalia latera.

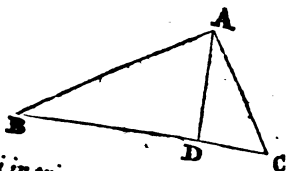
Prob. Sit enim C. & F. minor recto, tunc si anguli ABC. & E. non sunt æquales, sit ABC. major quam E. fiatque ipsi E. æqualis ABG. cum igitur angulus A. angulo D. ponatur æqualis a
erit

erit & reliquus AGB. reliquo F.
 æqualis, ideoque triangula ABG.
 DEF. æquiangula erunt. ^b Ergo ^b 4. 6.
 ut AB. ad BG. ita erit DE. ad
 EF. sed ut DE. ad FE. ita ponitur
 AB. ad BC. adeoque ^c æquales ^c 9. 5.
 BG. CB. & ^d anguli B, CG. ^d 5. 1.
 BGC. æquales. Cum igitur an-
 gulus C. sit recto minor erit &
 BGC. minor recto, & ei deinceps
 AGB. ^e major recto. Est autem ^e 13. 1.
 ostensus angulus AGB. angulo
 F. æqualis; Major igitur est recto
 angulus F. qui minor ponebatur.

Jam sit angulus B. & E. recto
 non minor probabitur ut prius re-
 ctas BG. & BC. esse æquales, &
^f consequenter angulos BGC. ^f 5. 1.
 BCG. esse æquales, & non mi-
 nores duobus rectis, ^g quod absur- ^g 17. 1.
 dum. Non ergo inæquales sunt
 anguli ACB. & F. sed æquales,
 & consequenter reliqui anguli B.
 & E. ^h æquales, quod erat pro- ^h 32. 1.
 bandum.

PROPOSITIO VIII.

Fig. 1.



Si in triangulo rectangulo BAC.
ab angulo recto A. in basim BC.
perpendicularis AD. ducta sit:
qua ad perpendicularem triangula
ADC. BDA. tum toti triangulo
BAC. tum ipse ADC. BDA.
inter se sunt similia.

Prob. In trianguli ABC.
DBA. anguli BAC. ADB.
recti sunt & angulus B. com-
munis: ergo ^a reliqui A CB.
BAD. æquales: ergo triangula
^a 32.1. ABC. DBA. ^b similia. Non
^b 1. Def. aliter ostendetur ABC. simile
⁴ 6. ADC. & ADC. triangulo
BDA. Q. E. D.

Coroll. 1.

Coroll. 1. Perpendicularis ab angulo recto in basim, est media proportionalis inter duo basis segmenta.

^c Nam ut BD. ad DA. ita DA. ^{c4. 6.} ad DC. quod est rectam DA. esse mediam proportionalem inter basis partes BD. DC.

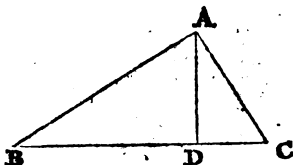
Coroll. 2. Hinc etiam patet utrumlibet laterum rectum ambientium, medium proportionale esse inter totam basim & illud segmentum basis quod ei lateri adjacet.

SCHOLIUM.

Omnes proportionales respectu laterum facillimo negotio conspici poterunt, modo litera, quibus triangula insignita sunt, ordine equalium angulorum disponantur & ab utraque parte similiter conferantur, unde etiam corollaria hinc desumpta patent.

PROPOSITIO VIII.

76. 1.



Si in triangulo rectangulo BAC. ab angulo recte A. in basim BC. perpendicularis AD. ducta sit: qua ad perpendicularem triangula ADC. BDA. tum toti triangulo BAC. tum ipse ADC. BDA. inter se sunt similia.

Prob. In trianguli ABC. DBA. anguli BAC. ADB. recti sunt & angulus B. communis: ergo ^a reliqui ACB. BAD. æquales: ergo triangu-
^{a 32.1.}la ABC. DBA. ^b similia. Non
^{b 1. Def.}aliter ostendetur ABC. simile
^{4 6.}ADC. & ADC. triangulo BDA. Q. E. D.

Coroll. 1.

Coroll. 1. Perpendicularis ab angulo recto in basim, est media proportionalis inter duo basis segmenta.

^c Nam ut $BD.$ ad $DA.$ ita $DA.$ ^{c4. 6.} ad $DC.$ quod est rectam $DA.$ esse mediam proportionalem inter basis partes $BD.$ $DC.$

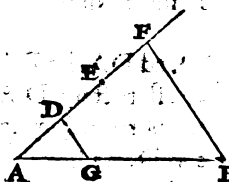
Coroll. 2. Hinc etiam patet utrumlibet laterum rectum ambientium, medium proportionale esse inter totam basim & illud segmentum basis quod ei lateri adjacet.

SCHOLIUM.

Omnes proportionales respectu laterum facillimo negotio conspici poterunt, modo litera, quibus triangula insignita sunt, ordine aequalium angulorum disponantur & ab utraque parte similiter conferantur, unde etiam corollaria hinc desumpta patent.

PROPOSITIO IX.

Prob. 1.



A data re-
cta AB. im-
peratā par-
tē puta ter-
tiam AG.
B auferre.

Prax. Ex A. ducatur recta AF.
ut cunque faciens angulum, &
ex AF. sumatur quævis pars, puta
AD. ac duæ aliæ addantur æqua-
les DE. EF. jungatur FB. cui ex
D. parallela fiat DG. eritque abla-
ta AG. pars tertia ipsius AB.

Prob. In triangulo AFB. lateri
BB. parallela est linea GD. ^a er-
go erit ut FD. ad DA. ita BG. ad
GA. & ^b componendo ut FA. ad
^b 18. 5. DA. ita BA. ad GA. Est autem
AD. pars tertia ipsius AF. Er-
go AG. erit pars tertia ipsius AB.
Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO X.



*Datam re- Prob. 2.
ctam inse-
ctam AB.
similiter se-
care, ut da-
ta altera
recta AC.*

secta fuerit in D. & E.

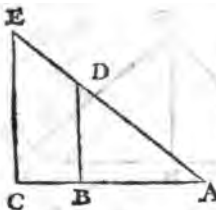
Prax. Jungantur datæ lineæ in A. connectantur recta BC. & ex D. & E. agantur DE. EG. ipsi CB. parallelæ, & factum est quod petitur.

Prob. In triangulo ABC. ductæ sunt DF. EG. parallelæ lateri BC. ^a ergo ut AD. ad DE. ita AF. ad ^a 2. 6. FG: Proportionales ergo sunt partes AF. FG. partibus AD. DE. Jam si ducatur DH. parallela ipsi AB. erit ut DE. ad EC. ita DI. ad IH. ^b hoc est FG. ad GB. quare ^b 34. 7. proportionales sunt partes FG. GB. partibus DE. EC. Q.E.D.

SCHO-

PROPOSITIO XII.

Prob. 4.



Tribus da-
tis rectis
AB. BC.
AD. quar-
tam pro-
portiona-
lem DE.
invenire.

Prax. Ex datis, duas AB. BC. in directum colloca, ex reliqua AD. & totali AC. fac angulum DAC. jungere recta BD. & fac ipsi parallelam CE. quarta DE. proportionalis erit.

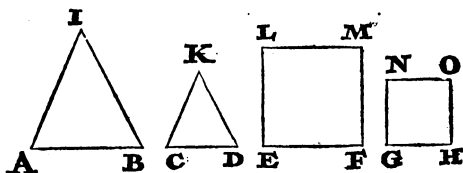
2. 6. Prob. CE. BD. sunt parallelae: \therefore ergo ut se habet AB. ad BC. ita AD. ad DF. Ergo DE. quarta est proportionalis.

NOTA.

Idem constat ex 35. prop. lib. 3.

PRO-

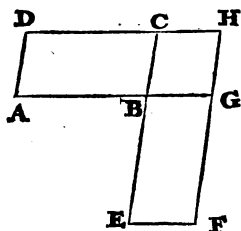
PROPOSITIO XXII.



*Si quatuor rectæ AB. CD. EF. GH. Tb. 16.
proportionales fuerint: & ab eis rectili-
nea similia similiterque descripta ABI.
CDC. & MF. NH. proportionalia erunt.
Et si à rectis lineis, similia, similiterque
descripta rectilinea proportionalia fue-
rint, ipsæ rectæ proportionales erunt.*

Prob. Triangulum ABI. est ad trian-
gulum CDK. in duplicata a ratio- a 19.6.
ne lateris AB. ad CD. similiter EM.
ad GO. ut EF. ad GH. adeoque erit
ABL ad CDK. ut EM. ad GO. Q. E. D.
Jam vero si figuræ proportionales & si-
miles similiterque positæ sint, & rectæ
super quas positæ sunt, proportionales
erunt: nam ratio unius figuræ ad alte-
ram b est rectæ ad rectam duplicata: b 19. &
c ergo ratio laterum eadem erit, nempe c 20. 6.
ut AB. ad CD. ita EF. ad GH. ergo c 7. 5.
illarum latera proportionalia erunt.
Q. E. D.

290 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO XXIII.

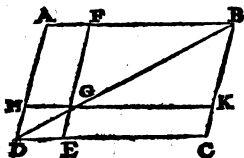


Prop. 27. *Æquiangula parallelogramma AC. BF. inter se rationem habent eam, quæ ex lateribus componitur AB. ad BG. & EB. ad BC.*

Sint parallelogramma AC. BF. habentia angulos ad B. æquales, & ita disposita ut apposita figura resultet. Nunc ratio AC. ad BF. æqualis est rationi ^a.
Def. 5. AC. ad BH. una cum ratione BH. ad BF. itidem æqualis rationi ^b. AB. ad BG. cum ratione CB. ad BE. Q. E. D.

PRO-

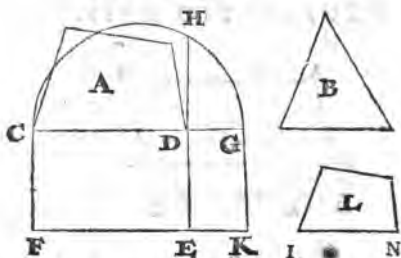
PROPOSITIO XXIV.



*In omni parallelogrammo AC. tb. 12.
qua circa diametrum DB. sunt
parallelogramma FK. HE. & toti
AC. & inter se sunt similia.*

Parallelogramma H E. FK.
cum toto angulum commu-
nem habentia reliquosque per
29. 1. æquales ut BAD. GHD.
BFG. ipsis B C D. GED.
B K G. æquiangula erunt, adeo-
que latera per 4. 6. proportio-
nalia, constituunt parallelogram-
ma cum toto & inter se similia.
Q. E. D.

292 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO XXV.

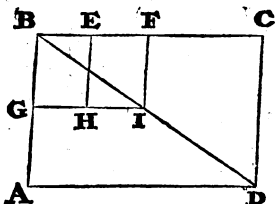


Prob. 7. Dato rectilineo A. simile, similiterque positum, & alteri dato B. æquale L. constituere.

Prax. Ad dati rectilinei A. latus CD. a fiat rectangulum CE. æquale ipsi A. Producaturs CD. versus G. super DE. in angulo EDG. fiat rectangulum DK. b æquale ipsi B. c fiat inter CD. DG. media proportionalis DH. equalis ipsi IN. d super quam fiat d rectilineum L. simile ipsi A. similiterque positum, eritque rectilineum L. æquale dato B. & simile ipsi A. *Prob. Rectæ CD. DH seu IN. DG. e sunt proportionales: f ergo erit ut prima CD. ad tertiam DG. ita rectilineum super primam, id est A. ad rectilineum super secundam, id est L. sed ut CD. ad DG. g ita parallelogrammum CE. hoc est A. ad DK. hoc est B. h ergo erit ut A. ad B. ita A. ad L. i ideoque rectilinea B. & L. erunt æqualia. Q. E. D.*

PRO-

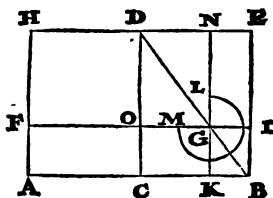
PROPOSITIO XXVI.



*Si à parallelogrammo BD. pa-
rallelogrammum FG. ablatum sit,
& simile toti, & similiter positum:
communem cum eo habens angulum
FBG. circa eandem cum toto dia-
metrum BD. consistet.*

Si neget: transeat alibi diameter puta
per H. à quo puncto ducatur ex H.
recta HE. parallela BG. tunc pa-
rallelogramma BD. BH. circa ean-
dem diametrum BHD. a erunt simi-
lia: b quare erit ut BA. ad AD. ita BG. a 24. 6.
ad GH. Sed ut BA. ad AD. ita BG. ad
GI. unde per 9. 5. GH. æqualis GI. para
toti. Q. E. A.

PROPOSITIO XXVII.



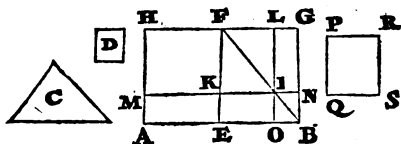
Th. 20. *Omniū parallelogrammorum secundum eandem rectam applicatorum deficientiumque figuris parallelogrammis similibus, similiterque positis, ei quod à dimidia describitur; maximum est id quod ad dimidiam applicatur parallelogrammum simile existens defectui.*

SUPER AC. semissem totius AB. applicatum sit parallelogrammum AD. ita ut à toto AE. deficiat parallelogrammo CE. quod est æquale & simile ipsi AD. Deinde ad quodvis aliud segmentum AK. sit applicatum

catur aliud parallelogrammum
 A G. ita deficiens, ut defectus sit
 parallelogrammum K I. simile
 ipsi C E. hoc est circa commu-
 nem diametrum B G D. Dico
 A G. minus esse parallelogram-
 mo A D. Probatur.

1. Parallelogramma A D.
 C E. F D. O E. sunt ^a æqualia ^a 36. 1.
 ut & ^b C G. G E. adeoque ad- ^b 43. 1.
 dito communi K I. erit C I.
 hoc est A O. æquale ipsi K E.
 addito communi C G. erit A G.
 æqualis gnomoni L G M. minor
 parall. C E. hoc est A D. pa-
 rall. Q. E. D.

296 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO XXVIII.



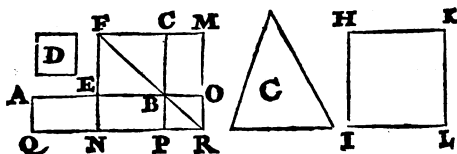
Prob. 8. Ad datam rectam AB. dato rectilineo C. equale parallelogrammum AI. applicare : deficiens figura parallelogramma ON. qua similis sit alteri parallelogrammo dato D. Oportet autem datum rectilineum C. cui equale applicandum est AI. non majus esse eo, quod ad dimidiam AE. applicatur, cum similes fuerint defectus, & ejus quod ad dimidiam applicatur, & ejus cui simile deesse debet.

Rectam AB. ut prius biseca in E. super mediam EB. fac parallelogrammum EG. simile ipsi D. similiterque positum : & comple parallelogrammum BH. Si EH. ipsi C. est æquale, factum est quod petitur : nam est applicatum ad AB. & deficit parallelogrammo EG. simili ipsi D. Si EH.
& ipsi

& ipsi æquale b E G. fit majus quam C. b 36. 1.
 (nam minus esse non debet, cum E H.
 fit c maximum eorum quæ applicari c 27. 6.
 possunt ad A B.) si inquam fit majus, d 45. 1.
 d reperia quantitate excessus, e fac pa- aut arte
 callelogrammum Q R æquale exce- quacum-
 fui, & simile similiterque positum ipsi que.
 D. & parallelogrammo Q R. aliud æ- c 25. 6.
 quale similiter positum K L. f quod f 14. 1.
 erit circa diametrum, sicque remane-
 bit gnomon L I K. æquale rectilineo
 C. Jam productis L I. K I. erit paral-
 lelogrammum A I. ad rectam A B. ap-
 plicatum & deficiens parallelogrammo
 O N. g simili ipsi E G. hoc est ipsi D. g 24. 6.
 Quod autem A I. sit æquale ipsi C. sic
 probq. Complementa L N. K O.
 h sunt æqualia, ergo addito communi g 43. 1.
 N O. erit O G. æquale ipsi E N. hoc
 est A K. Ergo si æqualibus A K. O G.
 addas commune K O. erit A I. æquale
 gnomoni L I K. hoc est rectilineo C.
 Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO XXIX.



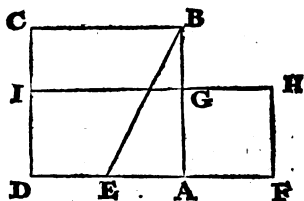
Prob. 9. Ad datam rectam AB. dato rectilineo C. æquale parallelogrammum applicare, excedens rectam datam AB. figura parallelogramma PO. quæ sit similis dato alteri parallelogrammo D.

Super rectam EB. mediam datæ AB. ^a fiat parallelogrammum EC. simile ipsi D. similiterque positum: tum rectilineo C. & parallelogrammo ^b 25,6. EC. fiat ^b æquale aliud parallelogrammum IK. cui æquale est NM. simile ipsi D. Completis parallelogrammis QE. NB. PO.

PO. erit AR. quæsitum. Etenim
 NM. est positum æquale ipsis
 EC. & C, ablato communi EC.
 gnomon ER C. ipsi C. erit
 æqualis. Et quia æqualia ^c 36.2.
 sunt QE. NB. & æqualia
 NB. BM. si loco ipsius ^d 43.2.
 BM. substituatur æquale QE.
 erit parallelogrammum AR. æ-
 quale gnomoni ER C. ideoque
 etiam rectilineo C. Quare ad
 rectam AB. applicatum est pa-
 rallelogrammum AR. æquale
 dato rectilineo C. excedens
 rectam AB. figura parallelo-
 gramma PO. quæ similis est
 dato parallelogrammo D. cum
 sit circa eandem diametrum
 cum ipso EC. quod positum
 est simile ipsi D. Q. E. F.

PRO-

300 ELEM. EUCLIDIS
PROPOSITIO XXX.

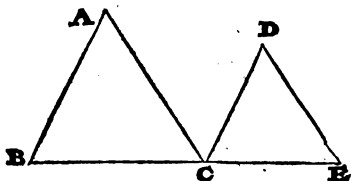


Pr. 10. *Propositam rectam terminatam
AB. extrema ac media ratione
secare in G.*

a 11.2. ^a **D**IVIDATUR AB. in G.
ita ut rectangulum CG.
sub tota AB. & segmento BG.
sit æquale quadrato AH. alterius
b 17.6. segmenti AG. tunc enim tres
rectæ proportionales ^b erunt; &
erit ut tota AB. ad AG. ita
c 3. Def. AG. ad GB. Ergo AB. secta
est in G. ^c secundum extremam,
& mediam rationem. Q. E. F.

PRO-

PROPOSITIO XXXII.



Th. 21. Si duo triangula ABC. DCE. qua duo latera AB. AC. duobus lateribus DC. DE. proportionalia habeant, secundum unum angulum ACD. composita fuerint, ita ut homologa eorum latera AB. DC. AC. DE. sint etiam parallela, tum reliqua illorum triangulorum latera BC. CE. in rectam lineam BE. collocata reperientur.

PROB. Latera homologa AB. DC. AC. DE. ponuntur
 a 29.1. parallela, ² ergo anguli alterni A. & ACD. sunt æquales & D. eidem ACD, ergo A. & D. æqua-

æquales. Hos æquales angulos
 circumstant latera proportiona-
 lia ex hypoth. ^b ergo triangula ^{b 6. 6.}
 sunt æquiangulara, habentque æ-
 quales angulos B. & DCE.
 additis ergo æqualibus A. &
 ACD. erunt B. & A. duobus
 angulis DCE. ACD. hoc est
 angulo ACE. æquales. Ergo
 addito communi ACB. erunt
 tres anguli A.B.C. duobus ACE.
 ACB. æquales, ^c illi autem ^{c 32.1.}
 tres valent duos rectos, ergo &
 hi duo. Ergo ^d B C. C E. unam ^{d 14.1.}
 rectam constituunt. Q. E. D.

anguli A. ad angulum E. quæ arcus BC. ad arcum FG.

Rursus, in æqualibus segmentis BC. CI. si fiant anguli B M C. CN I. ^h æquales erunt, cum insistant æqualibus arcibus B A C. ^h 27.3. CA I. ergo ⁱ similia sunt segmenta B M C. CN I. & æqualia, cum sunt super æquales B C. CI. additis ergo triangulis BDC. CDI. quæ æqualia sunt, erunt sectores BDC. CDI. æquales. Ergo tam multiplex est sector B D I. sectoris B D C. quam multiplex arcus B C I. arcus B M C. Idem ostendetur de sectore FHL. Ergo si æqualis sit arcus B C I. arcui FGL. sector quoque B D I. æqualis erit sectori FHL. si deficiat, deficiet, si excedat, excedet. Ergo quæ est ratio arcus B C. ad arcum FG. eadem erit & sectoris B D C. ad sectorem FHG. Q. E. D.

Selectiores hujus libri sunt 1. 2. 3. 4. 5. 6. 8. 13. 14. 16. 19. 31.

F I N I S.

